

5.7

E-21

Θέρμανση σπιτιού με αντλία θερμότητας Carnot.



Απώλειες θερμότητας 135000 kJ/h

όταν εξωτερική θερμοκρασία -5°C

Θέλουμε να διατηρήσουμε την εσωτερική θερμοκρασία σταθερή στα 21°C χρησιμοποιώντας μία Α.Θ. Ποια είναι η ελάχιστη ισχύς που απαιτείται ώστε να λειτουργήσει η Α.Θ.;

Η Α.Θ. πρέπει να τροφοδοτεί το σπίτι με θερμότητα Q_H με ρυθμό \dot{Q}_H ίσος με το ρυθμό των απωλειών.

Δηλαδή πρέπει $\dot{Q}_H = 135000 \text{ kJ/h} = 37,5 \text{ kW}$ (πως το βρήκαμε;)

Ορισμός (γενικά)

$$\text{COP}_{\text{HP}} = \frac{Q_H}{W_{\text{net, in}}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{\text{net, in}}}$$

Όμως

$$\text{COP}_{\text{HP, rev}} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{268\text{K}}{294\text{K}}} = 11,3 \Rightarrow$$

$$T_L = -5 + 273 = 268\text{K}$$

$$T_H = 21 + 273 = 294\text{K}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_{\text{net, in}} = \frac{\dot{Q}_H}{\text{COP}_{\text{HP, rev}}} \Rightarrow \boxed{\dot{W}_{\text{net, in}} = 3,32 \text{ kW}}$$

Προσοχή: Εάν επιθυμούσαμε να χρησιμοποιηθεί ηλεκτρικό καλοριφέρ τότε ο ρυθμός καταπόνησης ενέργειας $\dot{E} = 37,5 \text{ kW}$ γιατί στα ηλεκτρικά ούματα η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε Q με λόγο $\underline{1:1}$

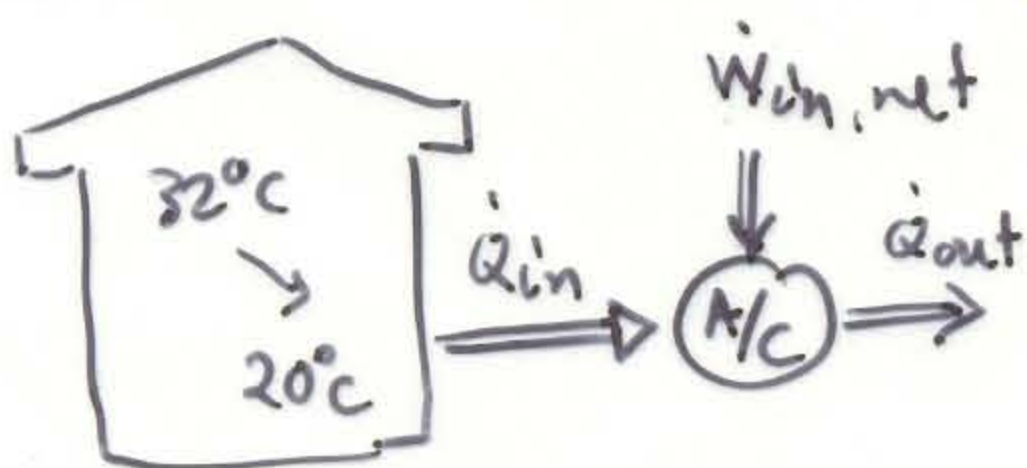
Αντίθετα, μία Α.Θ. μπορεί να "κάνει" μόνο 3,32 kW να προσφέρει στο σπίτι 37,5 kW θερμότητας (Q_H) απορροφώντας από το εξωτερικό περιβάλλον θερμότητα $Q_L = 34,18$ kW

Προσοχή: Η Α.Θ. δεν δημιουργεί ενέργεια

Αλλά μεταφέρει ενέργεια από κάποιο ψυχρό (το ψυχρό εξωτερικό περιβάλλον) σε κάποιο θερμό (στο θερμό εσωτερικό χώρο)

5.8

Ένας άνθρωπος επιστρέφει το καλοκαίρι στο σπίτι του και βρίσκει τη θερμοκρασία στο εσωτερικό του σπιτιού ίση με 32°C . Ανοίγει το κλιματισμό και το σπίτι ψύχεται στους 20°C σε 15 min. Αν ο συντελεστής λειτουργίας του κλιματισμού είναι 2,5, να υπολογιστεί η ισχύς που καταναλώνει το κλιματισμό. Θεωρείται η στοιχειώδης μάζα αέρα στο σπίτι ίση με 800 kg για την οποία $C_v = 0,72 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ (σε 26°C). Θεωρείστε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.



$$\text{COP}_{A/C} = \frac{\dot{Q}_{in}}{\dot{W}_{net,in}} = 2,5$$

$$\Rightarrow \dot{W}_{net,in} = \frac{\dot{Q}_{in}}{2,5}$$

Για το σύστημα σπίζι εφαρμόζουμε τον Α' Νόμο της θερμοδυναμικής.

$$\Delta U_{\text{σπίζιου}} = Q_{\text{σπίζιου}} - W$$

→ 0 γιατί δεν παρήχθη καμιο έργο ο αέρας στο σπίζι ούτε παρήχθη έργο του καμιο έργο

$$\Delta U_{\text{σπίζ.}} = m \cdot C_v \cdot \Delta T = 800 \text{ kg} \cdot 0,72 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (20 - 32) \text{ K} = -6912 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{σπίζιου}} = -6912 \text{ kJ} = Q_{\text{σπίζιου}}$$

$Q_{\text{σπίζιου}} < 0$. Λογικό γιατί το σπίζι "έχασε" θερμότητα (τον αφαιρέθηκε θερμότητα) και έτσι μειώθηκε η θερμοκρασία του.

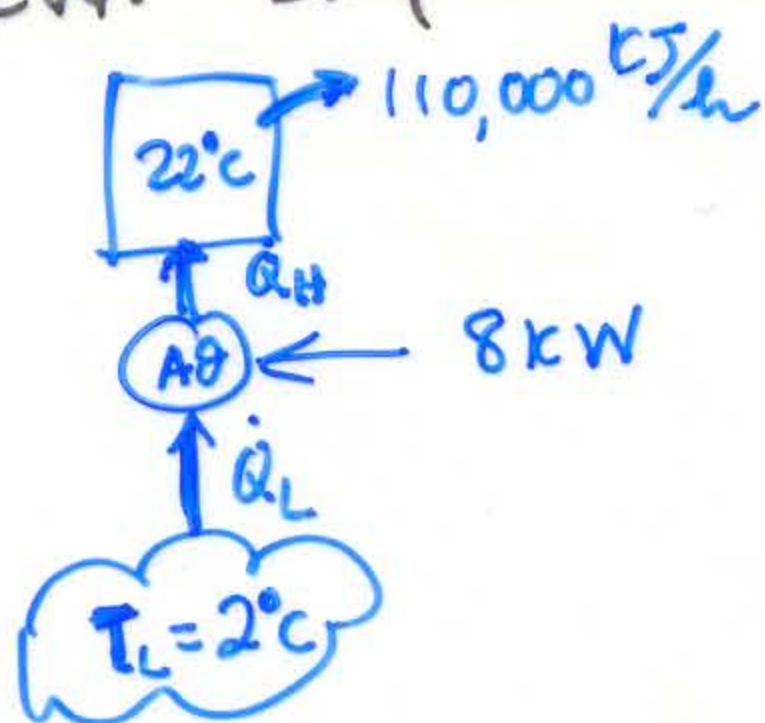
$$\text{Άρα } \dot{Q}_{\text{in}} \text{ στο κλιματιστικό} = 6912 \text{ kJ}$$

$$\dot{Q}_{\text{in}} = \frac{6912 \text{ kJ}}{15 \text{ min}} = \frac{6912 \text{ kJ}}{15 \cdot 60 \text{ sec}} = 7,68 \text{ kW}$$

$$\text{Άρα } \dot{W}_{\text{in}} = \frac{7,68 \text{ kW}}{2,5} = 3,072 \text{ kW}$$

5.9

Μια Α.Θ. χρησιμοποιείται για να διατηρήσει τη θερμοκρασία ενός σπιτιού σας 22°C , απορροφώντας θερμότητα από το περιβάλλον του οποίου η θερμοκρασία είναι 2°C . Οι θερμικές απώλειες του σπιτιού είναι $110\,000 \text{ kJ/h}$ και η αντλία, όταν λειτουργεί, καταναλώνει ισχύ 8 kW . Επαρκή η παραπάνω αντλία για τη θέρμανση του σπιτιού;



$$\text{COP}_{\text{HP, rev}} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}}$$

$$\text{COP}_{\text{HP, rev}} = \frac{1}{1 - \frac{275}{295}} = 14,75$$

Πρέπει να είναι $\dot{Q}_H = 110,000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = \frac{110,000}{3600} \text{ kW} =$

$\Rightarrow \dot{Q}_H = 30,55 \text{ kW}$ ώστε να διατηρείται η εσωτερική θερμοκρασία σταθερή στα 22°C .

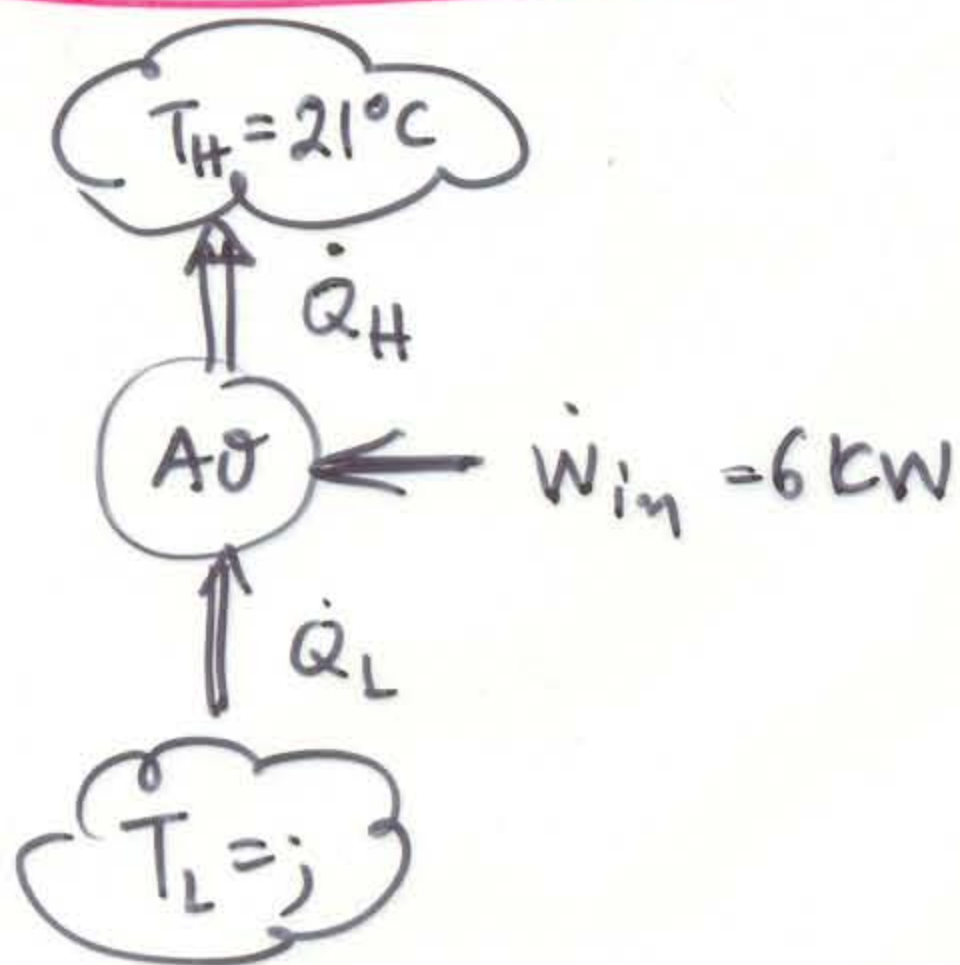
$$\text{Άρα } \text{COP}_{\text{HP}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{\text{in}}} = \frac{30,55 \text{ kW}}{8 \text{ kW}} = 3,82$$

Διευκρινίζουμε ότι $\text{COP}_{\text{HP}} = 3,82 < 14,75 = \text{COP}_{\text{HP,κεν}}$

Μια τέτοια αντλία θερμότητας (ΑΘ) μπορεί να κατασκευαστεί και εφαρμόσει για τη θέρμανση του σπιτιού. Η ελάχιστη ισχύς που θα έπρεπε να έχει αυτή η αντλία θερμότητας είναι: $\dot{W}_{\text{in}} = \frac{\dot{Q}_H}{\text{COP}_{\text{HP,κεν}}} = \frac{30,55 \text{ kW}}{14,75} = 2,07 \text{ kW} \rightarrow \dot{W}_{\text{in,min}} = 2,07 \text{ kW}$

Αν η ΑΘ είχε $\dot{W}_{\text{in}} < 2,07 \text{ kW}$ τότε θα έπρεπε να λειτουργεί με $\text{COP}_{\text{HP}} > \text{COP}_{\text{HP,κεν}}$ πράγμα αδύνατο. Άρα θα έπρεπε να εφαρμόσει για τη θέρμανση του σπιτιού

5.10 Ένα σπίτι είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε να χάνει θερμότητα με ρυθμό 5400 kJ/h ανά $^\circ\text{C}$ θερμοκρασιακής διαφοράς μεταξύ του εσωτερικού και του εξωτερικού του σπιτιού. Για να διατηρηθεί η εσωτερική θερμοκρασία στα 21°C χρησιμοποιείται μία ΑΘ που καταναλώνει ισχύ 6 kW . Να υπολογιστεί η χαμηλότερη θερμοκρασία του εξωτερικού χώρου για την οποία η αντλία μπορεί να ικανοποιήσει τις θερμικές απαιτήσεις του σπιτιού.



Η \dot{Q}_H εξαρτάται
από την θερμοκρασιακή διαφορά
 $\Delta T = T_H - T_L$

Ισχύει ότι $\dot{Q}_H = \frac{5400 \text{ (}\frac{\text{kJ}}{\text{s}}\text{)}}{3600} \cdot \Delta T$

$$\dot{W}_{in} = 6 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_H = 1,5 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \Delta T$$

$$\text{COP}_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} \Rightarrow \dot{W}_{in} = \frac{\dot{Q}_H}{\text{COP}_{HP}}$$

Η \dot{W}_{in} γίνεται ελάχιστη (min)

Όταν COP_{HP} γίνεται μέγιστη (max) δηλ. $\dot{W}_{in, min} = \frac{\dot{Q}_H}{\text{COP}_{HP, rev}}$

$$\text{COP}_{HP, rev} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{T_H}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow 6 \text{ kW} = \frac{1,5 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} (\Delta T)^2}{T_H} \Rightarrow (\Delta T)^2 = \frac{6 \cdot T_H \cdot \text{s}}{1,5 \text{ kW}} = \frac{6 \cdot 294}{1,5} \text{ K}^2$$

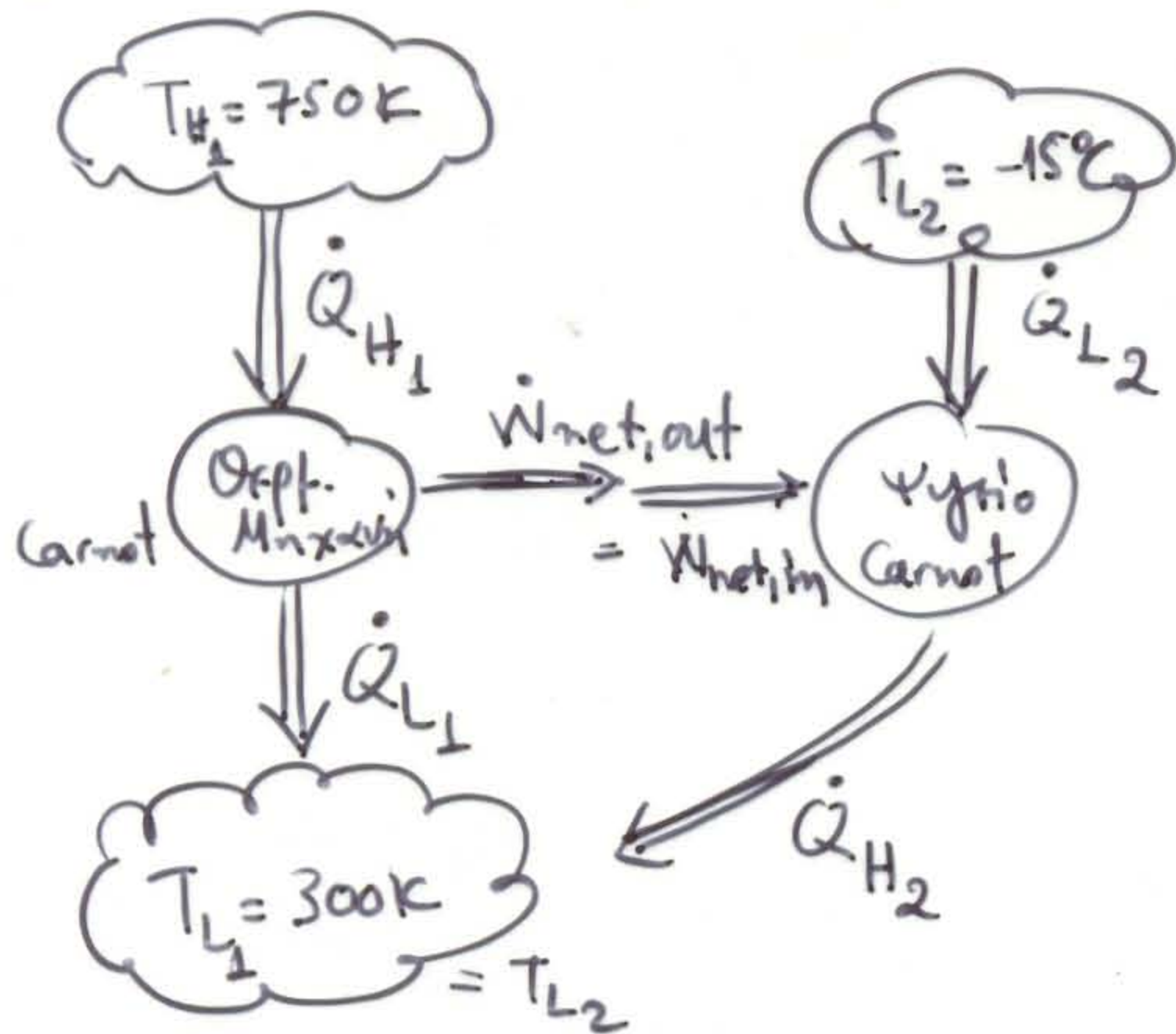
$$\Rightarrow \Delta T = 34,3 \text{ K} \Rightarrow T_H - T_L = 34,3 \text{ K} \Rightarrow T_L = T_H - 34,3 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_L = 259,7 \text{ K} = -13,3^\circ \text{C}$$

5.11

Θερμική μηχανή Carnot λαμβάνει θερμότητα στις 750 K και αποβάλλει θερμότητα στις 300 K. Όλο το έργο που παράγεται από τη θερμική μηχανή Carnot τροφοδοτείται σε μία ψυχή Carnot, το οποίο ανάγει θερμότητα από τον χώρο ψύξης, που βρίσκεται στις -15°C , με ρυθμό 400 kJ/min και την αποβάλλει στην ίδια θερμοκρασία των 300 K.

Να υπολογιστούν: α) ο ρυθμός με τον οποίο λαμβάνεται θερμότητα η θερμική μηχανή και β) ο αναγκαίος ρυθμός αποβολής θερμότητας προς το περιβάλλον.



Σημείωση: α) $\dot{Q}_{H1} = ?$

β) $\dot{Q}_{L1} + \dot{Q}_{H2} = ?$

Θερμική μηχανή Carnot: $\eta_{th} = 1 - \frac{T_{L1}}{T_{H1}} = \frac{\dot{W}_{net,out}}{\dot{Q}_{H1}} \rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\dot{W}_{net,out}}{\dot{Q}_{H1}} = 1 - \frac{300}{750} = 0,6 \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{W}_{net,out}}{\dot{Q}_{H1}} = 0,6}$

Ψυγίο Carnot: $COP_{R,rev} = \frac{T_{L2}}{T_{H2} - T_{L2}} = \frac{\dot{Q}_{L2}}{\dot{W}_{net,in} = \dot{W}_{net,out}} \rightarrow$

$\Rightarrow \frac{258}{300 - 258} = \frac{\dot{Q}_{L2}}{\dot{W}_{net,out}} \rightarrow 6,14 = \frac{400 \text{ kJ/min}}{\dot{W}_{net,out}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dot{W}_{net,out} = \frac{6,67 \text{ kW}}{6,14} \Rightarrow \dot{W}_{net,out} = 1,09 \text{ kW}$

Άρα $\dot{Q}_{H1} = \frac{1,09}{0,6} \text{ kW} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{H1} = 1,82 \text{ kW}}$

β) Ζητάμε $\dot{Q}_{L1} + \dot{Q}_{H2} = ?$

Στην θερμική μηχανή Carnot ισχύει: $\dot{Q}_{H1} = \dot{Q}_{L1} + \dot{W}_{net,out} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{L1} = \dot{Q}_{H1} - \dot{W}_{net,out} = (1,82 - 1,09) \text{ kW} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{L1} = 0,73 \text{ kW}}$$

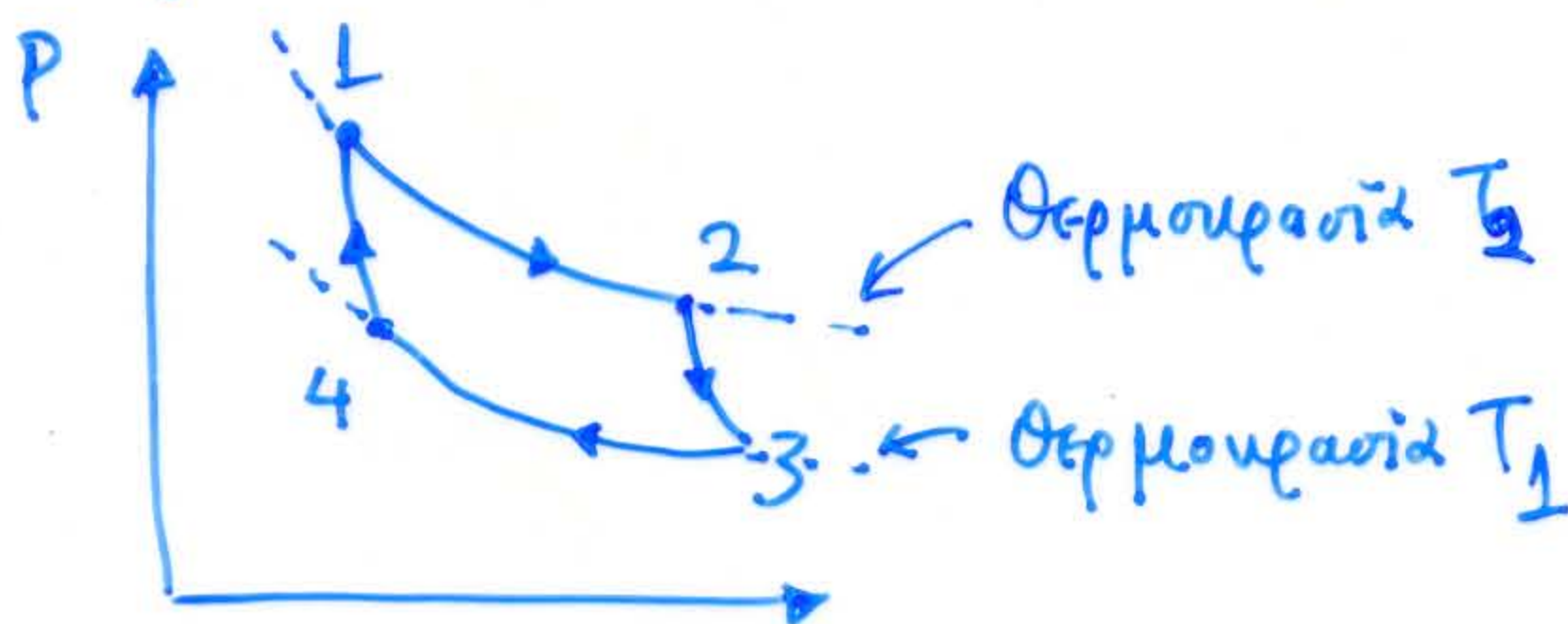
Στο κύκλιο Carnot: $\dot{Q}_{H2} = \dot{Q}_{L2} + \dot{W}_{net,in} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{H2} = 6,67 \text{ kW} + 1,09 \text{ kW} = 7,76 \text{ kW}$$

$$\text{Άρα } \dot{Q}_{L1} + \dot{Q}_{H2} = (7,76 + 0,73) \text{ kW} = 8,49 \text{ kW}$$

$$\boxed{\dot{Q}_{ολ. \text{ληφθέντων}} = 8,49 \text{ kW}}$$

5.12) Δίνεται ο παραπάνω κύκλος Carnot. Να υπολογιστούν τα μεγέθη Q και W για κάθε βήμα του κύκλου.



Σημείο 1: P_1, V_1, T_2

Σημείο 2: P_2, V_2, T_2

Σημείο 3: P_3, V_3, T_1

Σημείο 4: P_4, V_4, T_1

Βήμα 1 → 2: Ισοθερμη επέκταση

$$\cancel{\Delta U_{12}}^0 = Q_{12} - W_{12} \Rightarrow Q_{12} = W_{12} > 0$$

(λόγω επέκτασης)

$$W_{12} = \int_1^2 P \cdot dV = \int_1^2 \frac{N \cdot R_u T_2}{V} dV = N \cdot R_u T_2 \int_1^2 \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{12} = N \cdot R_u T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0 \quad (V_2 > V_1)$$

$$Q_{12} = N \cdot R_u T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

N: αριθμός moles

$$\Delta U_{12} = 0$$

Βήμα 2 → 3: Αδιαβατική σύμπτυξη

$$\Delta U_{23} = \cancel{Q_{23}}^0 - W_{23} \Rightarrow \Delta U_{23} = -W_{23} < 0 \quad (W_{23} > 0)$$

(λόγω σύμπτυξης)

$$\Delta U_{23} = N \cdot \bar{C}_V (T_1 - T_2) < 0 \quad \bar{C}_V: \text{Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο ανά μολ}$$

(T₁ < T₂)

$$W_{23} = N \bar{C}_V (T_2 - T_1) > 0$$

Την θερμότητα σταθερή στο θερμοκρασιακό διάστημα T₁ → T₂

Βήμα 3 → 4: Ισοθερμη σύμπτυξη

$$\cancel{\Delta U_{34}}^0 = Q_{34} - W_{34} \Rightarrow Q_{34} = W_{34} < 0 \quad (\text{λόγω σύμπτυξης})$$

$$W_{34} = \int_3^4 P \cdot dV = N R_u T_1 \ln \frac{V_4}{V_3} < 0 \quad (V_4 < V_3)$$

$$Q_{34} = N R_u T_1 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Βήμα 4 → 1: Αδιαβατική επέκταση

$$\Delta U_{41} = \cancel{Q_{41}}^0 - W_{41} \Rightarrow \Delta U_{41} = -W_{41} > 0 \quad (W_{41} < 0)$$

(λόγω επέκτασης)

$$\Delta U_{41} = N \bar{C}_V (T_2 - T_1) \quad W_{41} = N \bar{C}_V (T_1 - T_2)$$

$$W_{στ} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} =$$

$$= NR_u T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} + N \bar{C}_v (T_2 - T_1) + NR_u T_1 \ln \frac{V_4}{V_3} + N \bar{C}_v (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow W_{στ} = NR_u T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} + NR_u T_1 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$Q_{στ} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} \rightarrow Q_{στ} = W_{στ}$$

$$\Rightarrow Q_{στ} = NR_u T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} + NR_u T_1 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\Delta U_{στ} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} =$$

$$= N \bar{C}_v (T_1 - T_2) + N \bar{C}_v (T_2 - T_1) = 0 \Rightarrow \Delta U_{στ} = 0$$

Το περιμέναμε έτσι γιατί το σύστημα κάνει κύκλο
 οπότε $\Delta U_{στ} = U_{τελ} - U_{αρχ} = U_1 - U_1 = 0$

1^{ος} Νόμος Θερμ/μν: $\Delta U_{στ} = Q_{στ} - W_{στ} \Rightarrow$

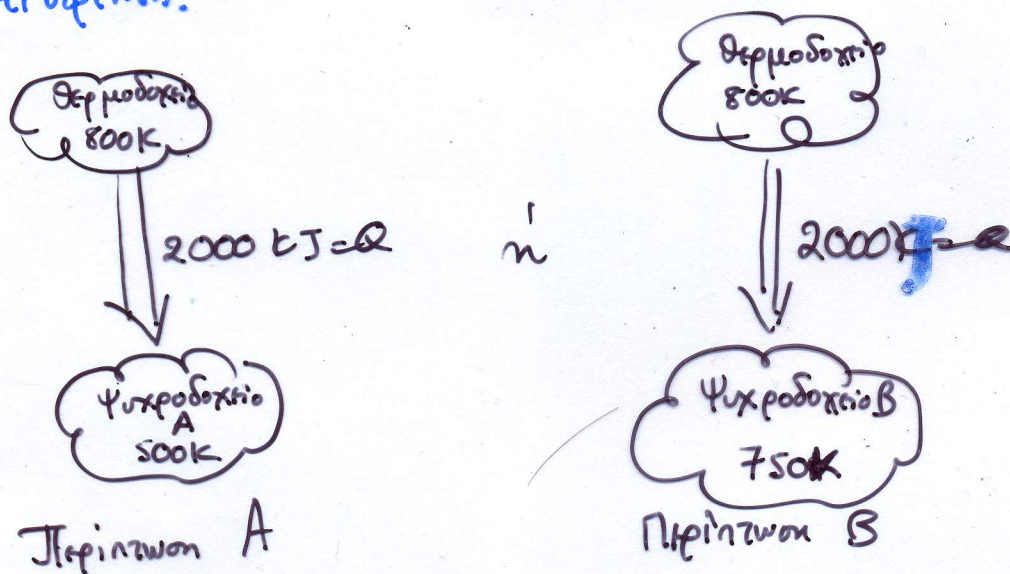
$\Rightarrow Q_{στ} = W_{στ} \rightarrow$ Όπως το είδαμε
 και οι πράξεις που
 κάναμε.

(Κεφ. 7 στη νέα έκδοση)

Κεφάλαιο 6 - Εφαρμογές Εντροπίας

E-30

6-1 Παραγωγή Εντροπίας στις διεργασίες μεταφοράς θερμότητας
Ένα θερμοδοχείο στους 800K χάνει 2000kJ θερμότητας προς ένα ψυχο-
δοχείο το οποίο βρίσκεται στους (α) 500K ή (β) 750K. Να υπο-
λογιστεί ποιά από τις δύο διεργασίες είναι η περισσότερο η-
αντιστροφή.



Και στις δύο διεργασίες έχουμε μεταφορά θερμότητας κατά μήκος μιας ανε-
ρασμένης διαφοράς θερμοκρασίας. \rightarrow Και οι δύο διεργασίες είναι η-αντιστρέ-
φες.

Υπολογίζουμε $\Delta S_{ολ} = S_{gen}$ (παραγωγή)

$$\Delta S_{ολ}(A) = \Delta S_{θερ/χτιο} + \Delta S_{ψυχ/χτιο} = \frac{-2000 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} + \frac{+2000 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} =$$
$$= -2,5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + 4 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = +1,5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{ολ}(B) = \Delta S_{θερ/χτιο} + \Delta S_{ψυχ/χτιο} = \frac{-2000 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} + \frac{2000 \text{ kJ}}{750 \text{ K}} =$$
$$= -2,5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + 2,7 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = +0,2 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{Αρ} \left\langle \Delta S_{ολ}(A) \right\rangle > \Delta S_{ολ}(B) \Rightarrow S_{gen}(A) > S_{gen}(B) \Rightarrow$$

\Rightarrow Διεργασία Α περισσότερο η-αντιστροφή
Αναμενόμενο καθώς ο παράγοντας αναντιστροφικότητας (ΔT) μεγαλύτερος.