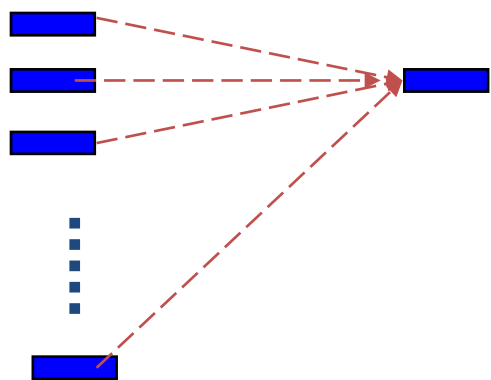
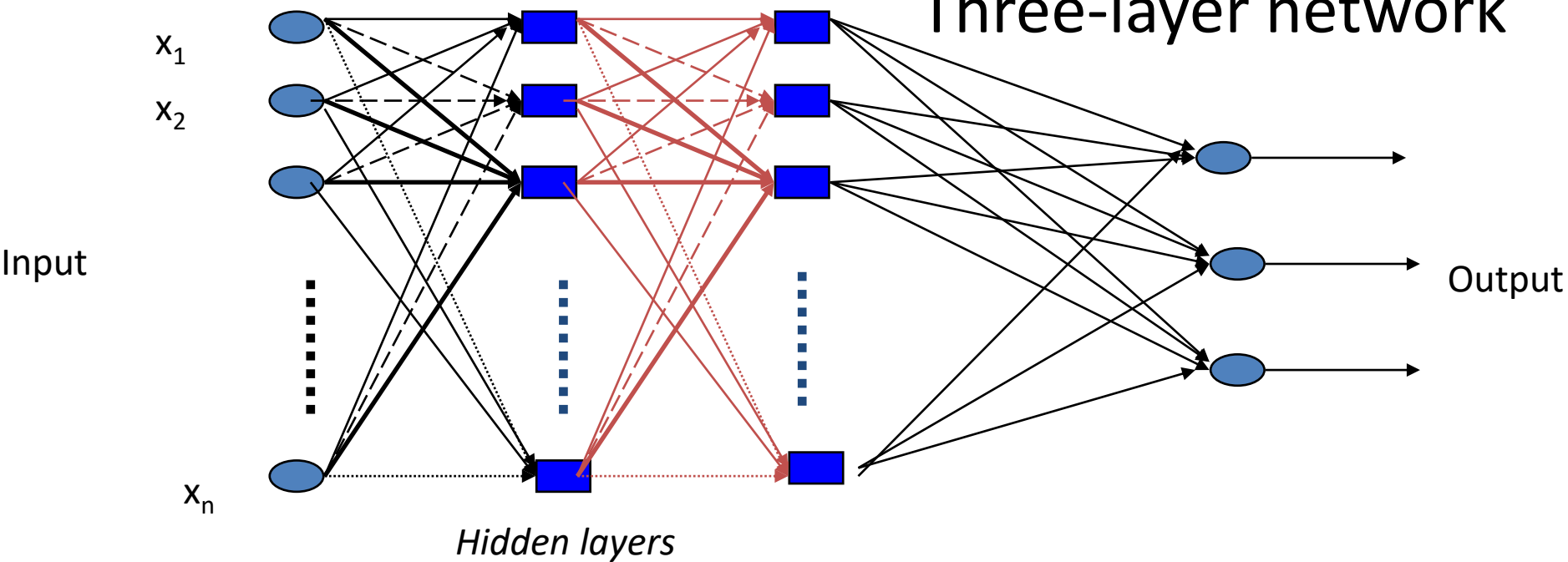


Feed-forward Neural Networks

Back-propagation

Ρηχά Νευρωνικά Δίκτυα (Feed-forward neural networks)

Three-layer network

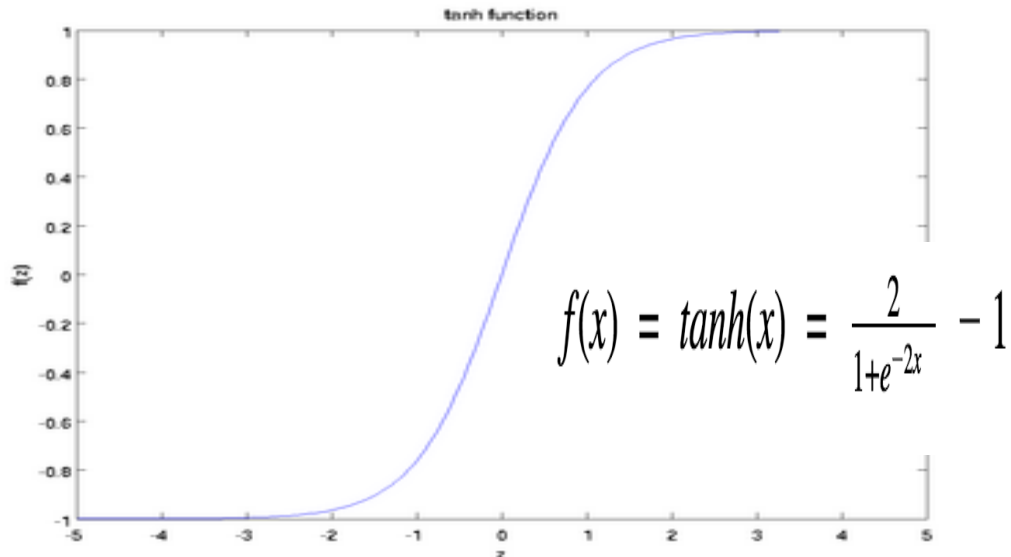
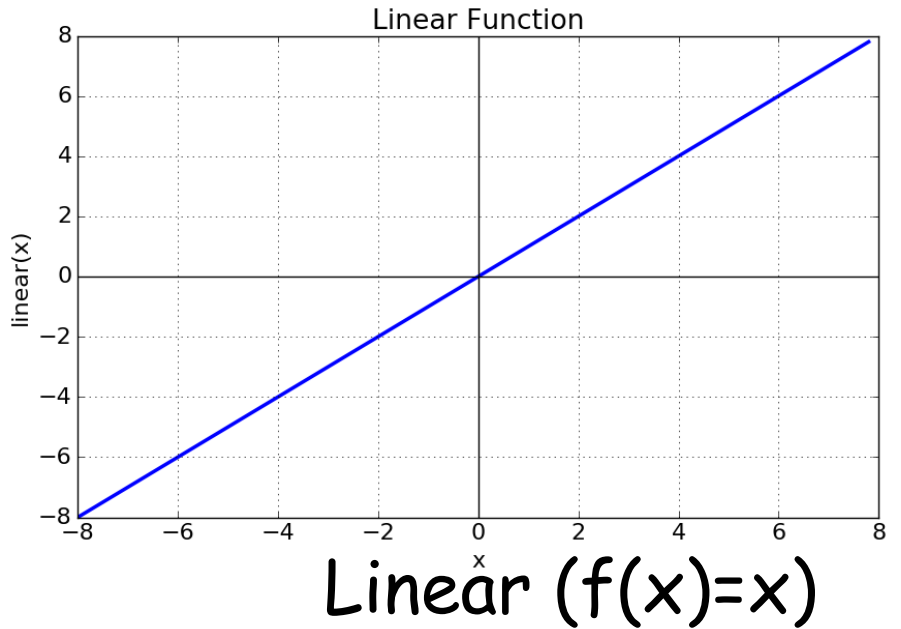
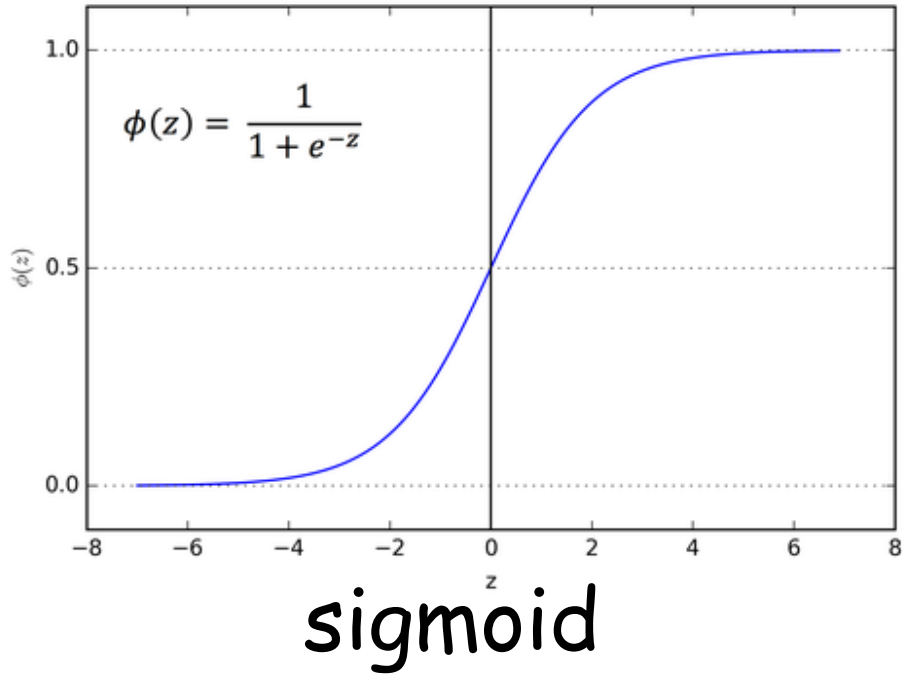


$$y_i = f \left(\sum_{j=1}^m w_{ij} x_j + b_i \right)$$

Feed-forward Neural Network (συνέχεια)

- Σε ένα FFNN, σε κάθε κρυφό κόμβο
 - Υπολογίζεται το άθροισμα των σταθμισμένων με βάρη εισόδων του κόμβου
 - Τα βάρη αυτά είναι οι παράμετροι που πρέπει το δίκτυο να μάθει κατά την εκπαίδευσή του
 - Εφαρμόζεται στο άθροισμα αυτό μια συνάρτηση ενεργοποίησης (activation function)
 - Η συνάρτηση αυτή μπορεί να είναι γραμμική ή μη γραμμική

Activation functions



$f(x) = 1, \text{αν } b + \sum(xw) > 0$
 $f(x) = 0, \text{αλλιώς}$

Step function

Back propagation

- Αρχικά τα βάρη παίρνουν τυχαίες τιμές
- Υπολογίζονται οι έξοδοι του τελευταίου επιπέδου
- Υπολογίζεται η διαφορά (σφάλμα E) αυτών των εξόδων από τις επιθυμητές εξόδους
- Παίρνουμε την παράγωγο του σφάλματος
- Τα καινούρια βάρη υπολογίζονται από το τελευταίο επίπεδο προς τα πίσω από τα προηγούμενα βάρη, βάσει της σχέσης

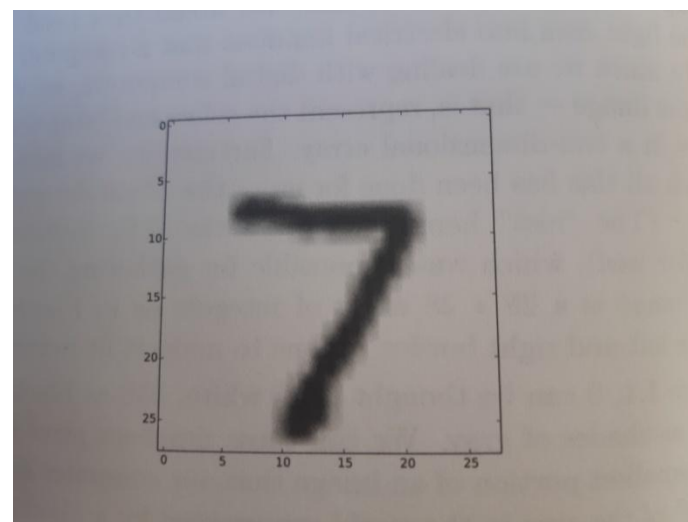
$$\theta^{t+1} = \theta^t - \alpha \frac{\partial E(X, \theta^t)}{\partial \theta}$$

- όπου α ένας παράγοντας που ονομάζεται learning rate
- μικρό α : κάθε εποχή (επανάληψη) προκαλεί μικρή μεταβολή στα βάρη - χρειάζονται περισσότερες επαναλήψεις (υπερβολικά μικρό α μπορεί να «κολλήσει» την διαδικασία)
- μεγάλο α : μεγάλες μεταβολές στα βάρη, λιγότερες επαναλήψεις (υπερβολικά μεγάλο α μπορεί να φέρει πολύ γρήγορα σύγκλιση σε τοπικά βέλτιστα - suboptimal solution)

Απλουστευμένο Παράδειγμα με νούμερα (Introduction to Deep Learning, Eugene Charniak)

2

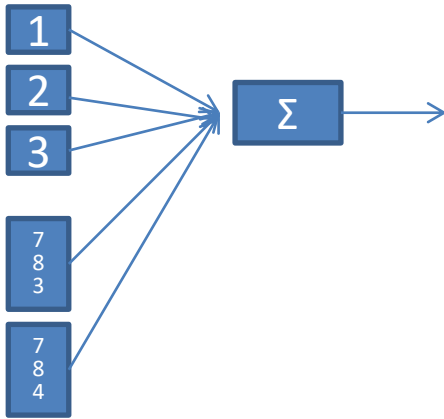
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	185	159	151	60	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	254	254	254	254	241	198	198	198	198	198	198	198	198	170
9	114	72	114	163	227	254	225	254	254	254	229	254	254	254
10	0	0	0	0	17	66	14	67	67	67	59	21	236	254
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	83	253	209
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	233	255	83
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	129	254	238	44
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	59	249	254	62	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	133	254	187	5	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	9	205	248	58	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	126	254	182	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	75	251	240	57	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	19	221	254	166	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	3	203	254	219	35	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	38	254	254	77	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	31	224	254	115	1	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	133	254	254	52	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	61	242	254	254	52	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	121	254	254	254	52	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	121	254	254	219	40	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Δεξιά: η εικόνα του χειρόγραφου ψηφίου 7

Αριστερά: ένας πίνακας 28x28 ακεραίων (οι στήλες δεν φαίνονται όλες γιατί οι αριστερές και οι δεξιές είναι λευκό περιθώριο) που απεικονίζουν την ένταση των pixel στην απεικόνιση του 7 στην εικόνα δεξιά.

Παράδειγμα με νούμερα (Introduction to Deep Learning, Eugene Charniak)



2

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.8	159	151	60	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.9	254	254	254	241	198	198	0.6	198	198	198	198	198	170
9	0.6	114	72	114	163	227	254	225	254	254	254	250	229	254
10	0	0	0	0	17	66	14	67	67	59	21	236	254	254
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	83	253	209	209
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	233	255	83	83
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	129	254	238	44	44
14	0	0	0	0	0	0	0	0	59	249	254	62	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	133	254	187	5	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	9	205	248	58	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	126	254	182	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	75	254	166	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	19	221	251	240	57	0	0	0
20	0	0	0	0	0	3	203	254	219	35	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	38	254	254	77	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	31	224	254	115	1	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	133	254	254	52	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	242	254	254	52	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	61	121	254	254	219	40	0	0	0	0	0
26	0	0	0	121	254	207	18	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 1.1. A...

Έστω ένα δίκτυο που θα αποφασίζει αν μια εικόνα είναι το ψηφίο 0 ή όχι. Η έξοδος a θα ισούται με 1, όταν η είσοδος είναι το ψηφίο 0, αλλιώς θα ισούται με 0.

Η είσοδος είναι 784 (28×28) κόμβοι, και η έξοδος 1 κόμβος.

Έχω βηματική (step) activation function. Αν $b + \Sigma(wx) > 0$ τότε $f(x) = 1$, αλλιώς $f(x) = 0$.

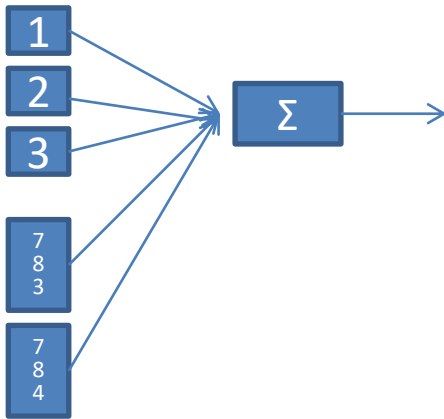
Αρχικά όλα τα βάρη (w) και η πόλωση (b) έχουν τιμές 0.

Στο παράδειγμα θα εστιάσουμε στα pixel $[7,7]$, $[7,14]$, $[14,7]$, $[4,14]$

Διαιρούμε τις τιμές των κελιών με το 255, ώστε να κυμαίνονται ανάμεσα στο πεδίο $[0,1]$.

Έστω ότι έχω μια εικόνα του ψηφίου 0, και οι τιμές των παραπάνω κελιών είναι 0.8, 0.9, 0.6 και 0 αντίστοιχα. Η έξοδος $a = 1$, μια και το ψηφίο εισόδου μου είναι το 0.

Παράδειγμα με νούμερα (Introduction to Deep Learning, Eugene Charniak)



2

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.9	159	151	60	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.6	254	254	241	198	198	198	198	198	198	198	198	198	170
10	0	114	72	114	163	227	254	225	254	254	254	250	229	254
11	0	0	0	0	17	66	14	67	67	67	59	21	236	254
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	83	253	209
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	233	255	83
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	129	254	238	44
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	59	249	254	62	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	9	133	254	187	5	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	126	205	248	58	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	75	254	182	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	19	221	251	240	57	0	0	0
20	0	0	0	0	0	3	203	254	219	35	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	38	254	254	77	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	31	224	254	115	1	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	133	254	254	52	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	61	242	254	254	52	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	121	254	254	219	40	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	121	254	207	18	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 1.1. A...

Αρχικά $f(x)=wx+b=0$, οπότε η έξοδος υπολογίζεται 0, άρα η εικόνα μου ταξινομείται λανθασμένα και $a - f(x) = 1-0=1$.

$$W_{7,7 \text{ new}} = W_{7,7 \text{ old}} + (a-f(x)) * x_{7,7} = 0 + 1 * 0.8 = 0.8$$

$$W_{7,14 \text{ new}} = W_{7,14 \text{ old}} + (a-f(x)) * x_{7,14} = 0 + 1 * 0.9 = 0.9$$

$$W_{14,7 \text{ new}} = W_{14,7 \text{ old}} + (a-f(x)) * x_{14,7} = 0 + 1 * 0.6 = 0.6$$

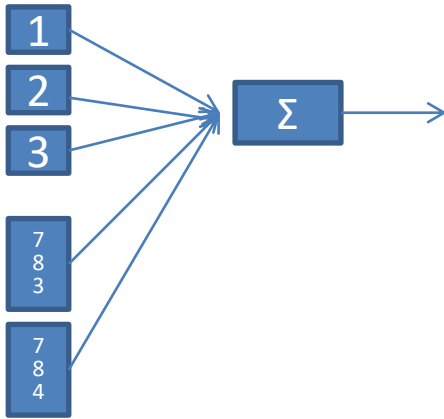
$$W_{4,14 \text{ new}} = W_{4,14 \text{ old}} + (a-f(x)) * x_{4,14} = 0 + 1 * 0 = 0$$

Η παραπάνω απλοϊκή σχέση για την ανανέωση των βαρών (που χρησιμοποιεί την zero-one loss function για το σφάλμα) έχει στόχο (δεδομένου ότι οι εισοδοί x είναι θετικοί αριθμοί)

- Να μικραίνει τα βάρη όταν θέλω στην έξοδο 0, αλλά παίρνω 1 ($a-f(x)=-1$)
- Να μεγαλώνει τα βάρη όταν θέλω στην έξοδο 1, αλλά παίρνω 0 ($a-f(x)=1$)
- Να αφήνει τα βάρη ίδια όταν δεν γίνεται λάθος

Η πόλωση γίνεται $b=1$

Παράδειγμα με νούμερα (Introduction to Deep Learning, Eugene Charniak)



2

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.8	159	151	60	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	254	254	254	254	241	198	198	198	198	198	198	198	198	170
9	114	72	114	163	227	254	225	254	254	254	250	229	254	254
10	0	0	0	0	17	66	14	67	67	67	59	21	236	254
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	83	253	209
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	233	255	83
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	129	254	238	-44
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	59	249	254	62	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	133	254	187	5	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	9	205	248	58	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	75	126	254	182	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	221	251	240	57	0	0
19	0	0	0	0	0	0	19	221	254	166	0	0	0	0
20	0	0	0	0	3	203	254	219	35	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	38	254	254	77	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	31	224	254	115	1	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	133	254	254	52	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	61	242	254	254	52	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	121	254	254	254	40	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	121	254	207	18	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 1.1. A...

Έστω ότι τώρα έρχεται μια εικόνα του ψηφίου 1.

$$x_{7,7}=0$$

$$x_{7,14}=1$$

$$x_{14,7}=0$$

$$x_{4,14}=1$$

$$w_{7,7}x_{7,7} = 0.8*0$$

$$w_{7,14}x_{7,14} = 0.9*1$$

$$w_{14,7}x_{14,7} = 0.6*0$$

$$w_{4,14}x_{4,14} = 0*1$$

$b + \Sigma(wx) = 1 + 0.9 = 1.9 > 0$, άρα $f(x) = 1$. Η εικόνα κατατάσσεται λανθασμένα ότι είναι το ψηφίο 0.
 $a - f(x) = 0 - 1 = -1$.
Επαναυπολογίζονται τα βάρη.