

Τεχνητή Νοημοσύνη

Εργαστηριακή διάλεξη 2

Genetic algorithms

Κώστας Γιαννάκης

kostasg@ionio.gr

Τμ. Πληροφορικής, Ιόνιο Πανεπιστήμιο

Φόρμα σχολίων/ανάδρασης/προτάσεων

- ❖ Ανώνυμη φόρμα υποβολής σχολίων/ανάδρασης διδάσκοντα (Κώστα Γιαννάκη)
- ❖ Οποιαδήποτε στιγμή
- ❖ Γράφουμε με σεβασμό και με στόχο να βελτιώσουμε το μάθημα και τον διδάσκοντα
- ❖ <https://forms.office.com/e/908WhJkk5N>



Φόρμα ανώνυμης αξιολόγησης

Μπορείτε να γράψετε ελεύθερα την άποψη σας για το μάθημα, τον διδάσκοντα (Κώστα Γιαννάκη), την ύλη, τα εργαλεία κτλ. Και θετικά και αρνητικά σχόλια είναι καλοδεχούμενα.
Ευπρόσδεκτα ιδιαίτερως είναι σχόλια που οδηγούν σε άμεση ενέργεια, πχ "Η ροή του λόγου του διδάσκοντα ήταν πολύ γρήγορη, ίσως λίγο πιο αργά θα ήταν καλύτερα", "Θα προτιμούσα λιγότερα/περισσότερα διαλείμματα", "θα ήθελα να εξηγήσεις τον αλγόριθμο Α όπως έκανες με τον αλγόριθμο Β", "άλλαξε ομάδα, η ΑΕΚ καταρρέει" κτλ.

Βοηθάτε έτσι εμένα και εν γένει τα μαθήματα να γίνονται καλύτερα :)

When you submit this form, it will not automatically collect your details like name and email address unless you provide it yourself.

Ευχαριστώ για το ενδιαφέρον!

1. Για ποιο μάθημα; (προαιρετικά)
2. Αξιολόγηση - Σχόλιο - Πρόταση - Αίτημα
3. Άλλο

Never give out your password. [Report abuse](#)

Μάθημα και πρόγραμμα εξαμήνου

- Τεχνητή Νοημοσύνη (Υ-BYN) (MIN-BYN)
 - Κατεύθυνση BYN – Υποχρεωτικό
- Θεωρία (με κα. Κερμανίδου)
 - Δευτέρα 1μμ – 3μμ
 - Αίθουσα 3, Κτήριο Αρεταίος
 - Πέμπτη 9πμ – 11πμ
 - Αίθουσα 3, Κτήριο Αρεταίος
- **Εργαστήριο**
 - **Παρασκευή 3μμ – 5μμ**
 - **Αίθουσα 3, Κτήριο Αρεταίος**

Επικοινωνία

- Σελίδα μαθήματος:

<https://opencourses.ionio.gr/courses/DDI201/>

Παρακαλώ γραφτείτε!

- Email: kostasg@ionio.gr
- Γραφείο διδάσκοντα (Γραφείο HILab δίπλα στο Εργαστήριο@Αρεταίος κάθε μέρα)
 - ελάτε πρώτα σε επικοινωνία μαζί μου για καλύτερο προγραμματισμό

Γνωριμία

Disclaimer

- LLMs και εργαλεία GPT
 - Απαγορεύεται **ΑΥΣΤΗΡΑ** η χρήση τους για αντιγραφή εργασιών
 - Επιτρέπεται η χρήση τους ως βοηθοί και μέρος του μαθήματος
 - Rule of thumb:
 - Ρωτήστε σαν να απευθύνετε την ερώτηση σε μένα
 - Θα με ρωτούσατε ποτέ "Μπορείς να λύσεις το παρακάτω ερώτημα;"???
 - Καταγράφουμε οποιαδήποτε χρήση των εργαλείων
 - Πχ "Για τη χρήση της συνάρτησης `decision_tree()` από τη βιβλιοθήκη `Tidymodels`, συμβουλευτήκα το εργαλείο `GPT-4o mini` της `OpenAI` με χρήση του `prompt`
 - *Τι παραμέτρους μου προσφέρει η συνάρτηση `decision_tree()` από τη βιβλιοθήκη `Tidymodels` στην `R`;*
- Λόγοι να προσέχουμε όταν χρησιμοποιούμε τέτοια εργαλεία
 - Θέματα εκπαιδευτικής διαδικασίας
 - Ευθύνη
 - Πνευματική ιδιοκτησία
 - Hallucinations
 - Περιβαλλοντικό κόστος

Αξιολόγηση (Εργαστηριακό μέρος)

- Μπόνους 1 μονάδα στον τελικό βαθμό του μαθήματος
- Ασκήσεις ΜΕ ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΕΙΣ (70%)
 - Προγραμματιστικές/Υλοποίηση
 - Σύντομες Αναφορές (2-3 μέσα στο εξάμηνο)
 - Ατομικές ή ομαδικές
- Συμμετοχή στα εργαστήρια και στις σχετικές δραστηριότητες (30%)

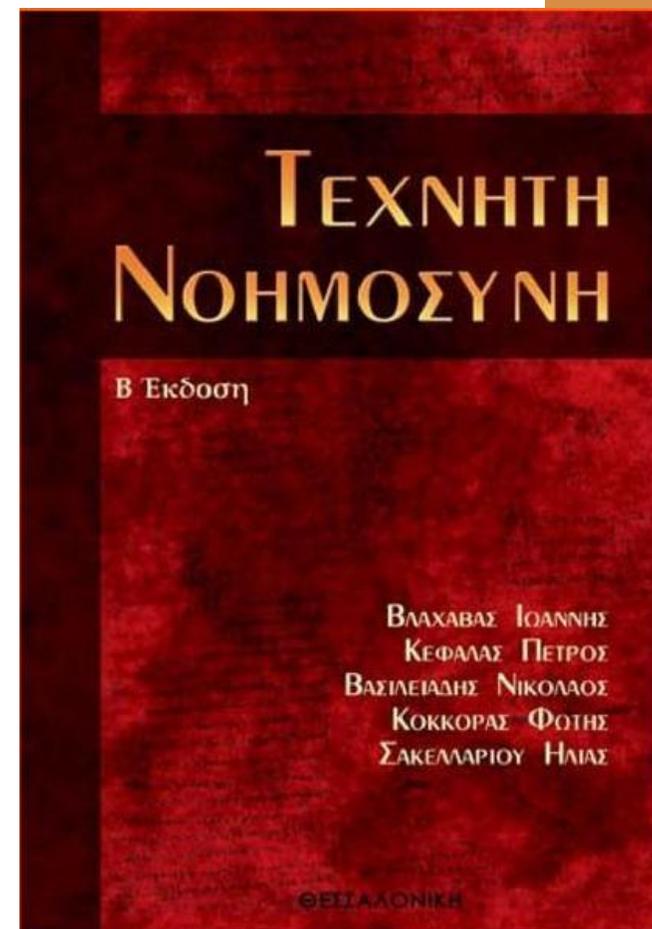
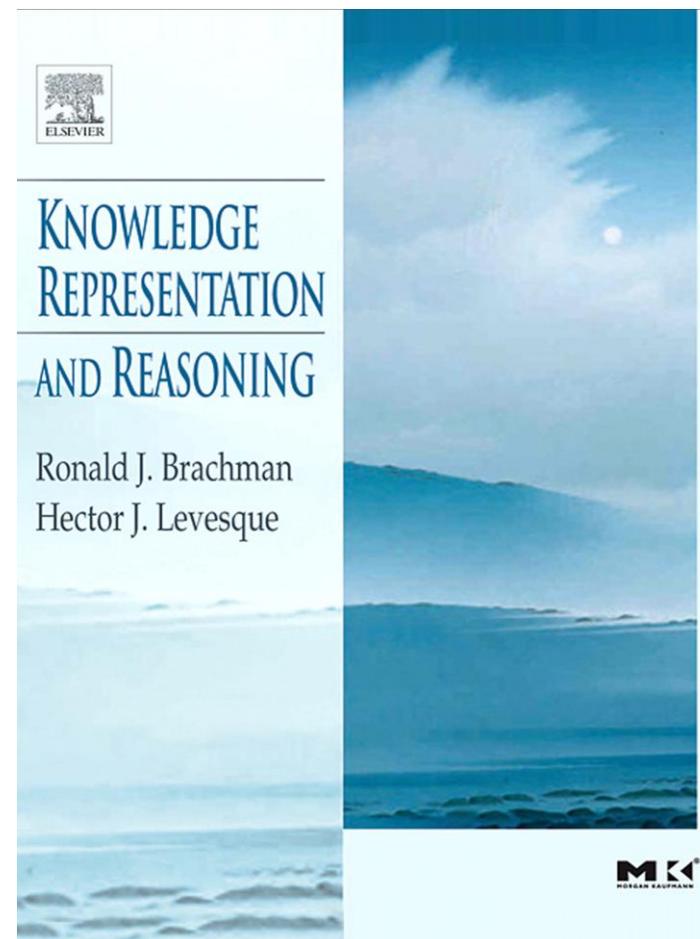
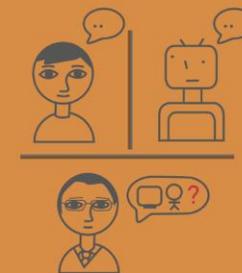
Παρακολούθηση εργαστηρίων εδώ

- Να αντιγράφετε σημειώσεις/κώδικα κτλ σε δικά σας μέσα!
- Όσοι θέλουν μπορούν να φέρνουν τα δικά τους μηχανήματα
- Βιωματική μάθηση και δραστηριότητες
 - Πχ συζητήσεις, διόρθωση εργασιών, ...

Βιβλιογραφία

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ
Μια Εισαγωγική Προσέγγιση

ΚΑΤΕΡΙΝΑ ΓΕΩΡΓΟΥΛΗ



Απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις

- Βασικές έννοιες προγραμματισμού
 - Κυρίως Python
 - Βασικές έννοιες Στατιστικής και Πιθανοτήτων
 - Ψηφιακά συστήματα
 - Θεωρία πληροφορίας
-
- Κύριο προαπαιτούμενο είναι η όρεξη!



Εργαλεία και εξοπλισμός

- Απλός προσωπικός υπολογιστής
- Python και R (RStudio)
 - Όποιον IDE προτιμάτε και νιώθετε άνετα
 - Θα υπάρχει σχετικό discussion board στη σελίδα του μαθήματος για αλληλοβοήθεια

Τι (ελπίζω) να δούμε στο εξάμηνο

- Logic
- Rule-based systems
- Association rules
- Fuzzy systems and uncertainty
- Search algorithms
- Planning
- Evolutionary computing
- Reinforcement learning
- PCA

Εισαγωγικά

The Thermostat Test

“I have a device in my house. It has sensors (a thermometer). It has a goal (maintain 20°C). It has actuators (it turns the boiler on/off). It perceives its environment and acts rationally to achieve its goal.

Is a thermostat an AI?”

Προσεγγίσεις για την ΤΝ

- Κλασική ή συμβολική (symbolic AI)
 - Βασίζεται στην κατανόηση των νοητικών διεργασιών και ασχολείται με τη προσομοίωση της ανθρώπινης νοημοσύνης προσεγγίζοντάς την με αλγορίθμους και συστήματα που βασίζονται στη γνώση χρησιμοποιώντας ως δομικές μονάδες τα σύμβολα (π.χ. συστήματα κανόνων, λογική, οντολογίες).
- Υπολογιστική νοημοσύνη (computational intelligence) ή Συνδεδετική (connectionist) ή μη-συμβολική:
 - Βασίζεται στη μίμηση της βιολογικής λειτουργίας του εγκεφάλου όπως η διαδικασία της εξέλιξης των ειδών (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι) ή η εγκεφαλική λειτουργία (π.χ. νευρωνικά δίκτυα).

Choose Metrics

- Accuracy? (% of examples correct)
- Coverage? (% of examples processed)
- Precision? (% of detections that are right)
- Recall? (% of objects detected)
- Amount of error? (For regression problems)



*The 2006 NASA ST5 spacecraft antenna. This complicated shape was found by an evolutionary computer design program to create the best radiation pattern. It is known as an evolved antenna.
Source: Wikipedia*

Μέθοδοι Αναζήτησης και Βελτιστοποίησης

- Μέθοδοι βασισμένες στον λογισμό (calculus-based methods)
- Απαριθμητικές (enumerative) ή τυχαίες (random) μέθοδοι
- Μέθοδοι επαναληπτικής αναζήτησης (iterated search)
- Προσομοιωμένη Ανόπτηση (simulated annealing)
- Δυναμικός προγραμματισμός (dynamic programming)
- Ευρετικές μέθοδοι (heuristic methods)
- Βιοεμπνευσμένοι

Εξελικτικός Υπολογισμός

- εξερεύνηση (exploration)
- στοχευμένη εκμετάλλευση (exploitation)

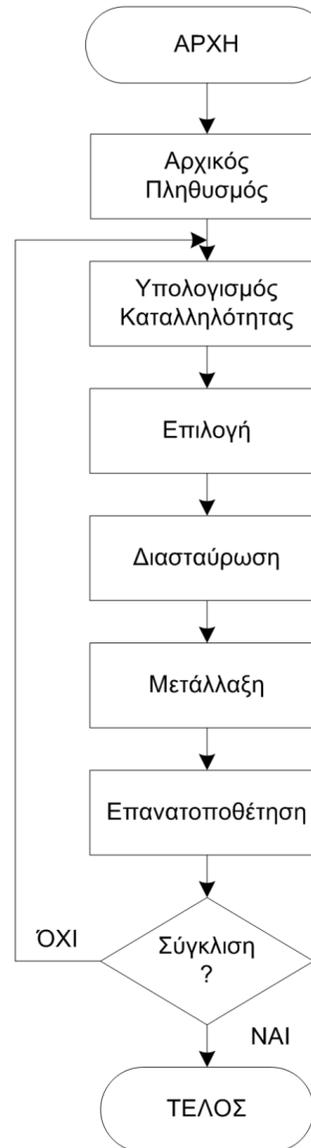
Adaptation in Natural and Artificial Systems

- Holland, 1992
- οι ζωντανοί οργανισμοί είναι πετυχημένα παραδείγματα βελτιστοποίησης
- τεχνητά συστήματα λογισμικού που αξιοποιούσαν σημαντικούς μηχανισμούς των φυσικών λειτουργιών των οργανισμών, όπως
- **η φυσική επιλογή (selection)**
- **η διασταύρωση (crossover)**
- **η μετάλλαξη (mutation)**

Πλεονεκτήματα ΓΑ

- Μπορούν να λύσουν δύσκολα προβλήματα γρήγορα και αξιόπιστα
- Μπορούν εύκολα να συνεργαστούν με τα υπάρχοντα μοντέλα και συστήματα
- Είναι εύκολα επεκτάσιμοι και εξελίξιμοι
- Μπορούν να συμμετέχουν σε υβριδικές μορφές με άλλες μεθόδους
- Εφαρμόζονται σε πολύ περισσότερα πεδία από κάθε άλλη μέθοδο
- Δεν απαιτούν περιορισμούς στις συναρτήσεις που επεξεργάζονται
- Δεν ενδιαφέρει η σημασία της υπό εξέταση πληροφορίας
- Έχουν από τη φύση τους το στοιχείο του παραλληλισμού
- Είναι η μόνη μέθοδος που κάνει ταυτόχρονα εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και εκμετάλλευση της ήδη επεξεργασμένης πληροφορίας
- Επιδέχονται παράλληλη υλοποίηση

- συνάρτηση καταλληλότητας (fitness function)
- Ένας ΓΑ χρησιμοποιεί έναν πληθυσμό ατόμων (βλ. υποψήφια λύσεων). Η αναπαράσταση ενός ατόμου του πληθυσμού ονομάζεται χρωμόσωμα (chromosome) και αναπαριστά το σύνολο των μεταβλητών του προβλήματος. Σε κάθε χρωμόσωμα αποδίδεται (ως αποτέλεσμα υπολογισμού) ένας βαθμός καταλληλότητας (degree of fitness), ο οποίος ποσοτικοποιεί την ποιότητα της λύσης, η οποία αναπαριστάνεται από το συγκεκριμένο χρωμόσωμα. Ο βαθμός καταλληλότητας ενός χρωμοσώματος τελικά προσδιορίζει την πιθανότητα να επιλεγεί αυτό το χρωμόσωμα προς διασταύρωση. Συγκεκριμένα, από τη μια μεριά, στα χρωμοσώματα με μεγαλύτερο βαθμό καταλληλότητας δίνονται περισσότερες ευκαιρίες αναπαραγωγής μέσω διασταύρωσης με άλλα χρωμοσώματα του πληθυσμού, οπότε παράγονται ως απόγονοι νέα χρωμοσώματα τα οποία μοιράζονται χαρακτηριστικά (βλ. γονίδια) του κάθε γονέα. Από την άλλη, άτομα του πληθυσμού με μικρότερο βαθμό καταλληλότητας είναι λιγότερο πιθανό να επιλεγούν για αναπαραγωγή και έτσι τα χαρακτηριστικά τους (δηλ. τα γονίδιά τους) τείνουν να εξαφανιστούν από τον πληθυσμό
- Επιπλέον, η εφαρμογή του τελεστή της μετάλλαξης (mutation) προσδίδει ποικιλομορφία με την τυχαία εμφάνιση κάποιου χρωμοσώματος το οποίο θα ήταν αδύνατο να εμφανιστεί μέσω της διασταύρωσης



Εισαγωγή στην ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Μία ολιστική προσέγγιση

Δρ. Βασίλειος Γ. Καμπουρλάζος
Δρ. Γεώργιος Α. Παπακώστας

Ελληνικό Ακαδημαϊκό Ηλεκτρονικό Συγγραμμάτα και Βιβλία
www.kallipos.gr

HEALLINK

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
www.kallipos.gr

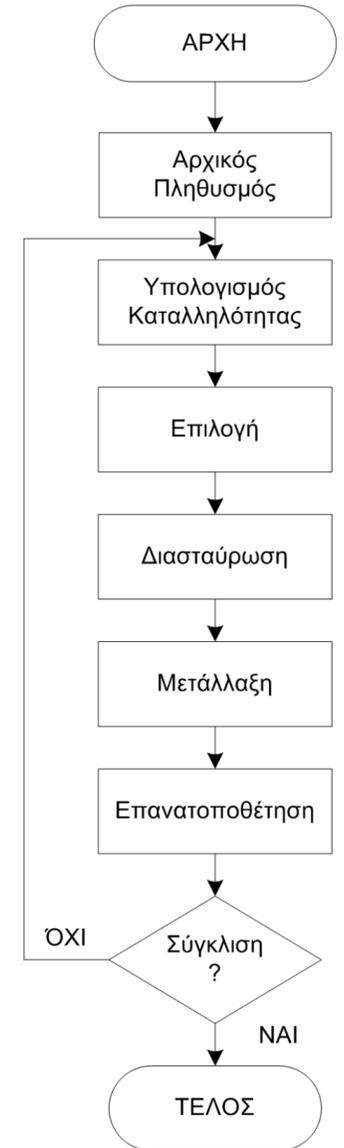
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
www.kallipos.gr

ΕΣΠΑ
www.kallipos.gr

- Δυαδική κωδικοποίηση (binary encoding)
- Κωδικοποίηση μετάθεσης (permutation encoding)
- Κωδικοποίηση δένδρου (tree encoding)
- Κωδικοποίηση τιμών (value encoding).

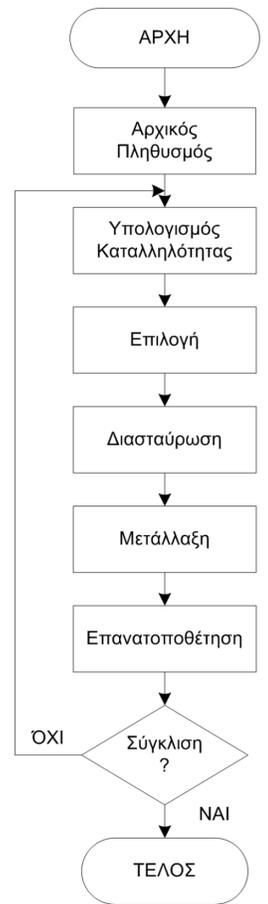
Selection

- Επιλογή του καλύτερου συζύγου (top mate selection)
- Τοπική επιλογή (local selection)
- Επιλογή ρουλέτας (roulette wheel selection)
- Επιλογή με διαγωνισμό (tournament selection)
- Πιθανολογική καθολική δειγματοληψία (stochastic universal sampling)



Crossover

- Διασταύρωση ενός σημείου
- Διασταύρωση πολλαπλών σημείων (multi-point crossover)
 - Εναλλάσσονται αμοιβαία
- Αριθμητική διασταύρωση (arithmetic crossover)
- Ομοιόμορφη διασταύρωση (uniform crossover)
 - μάσκα διασταύρωσης (mask crossover)

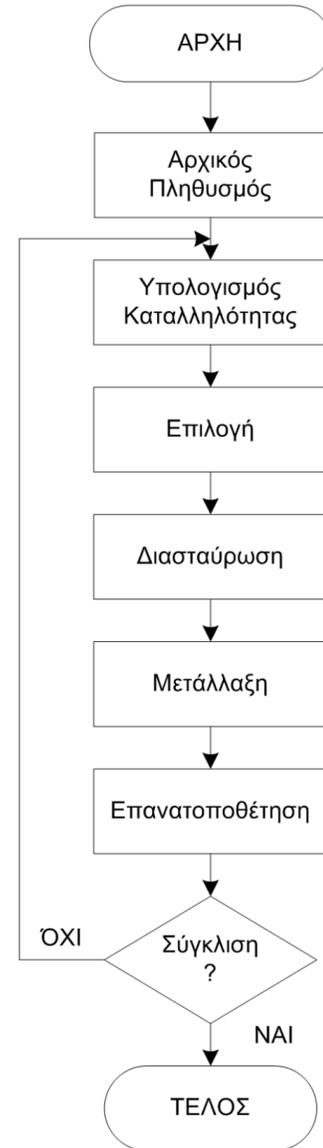


	Διασταύρωση Δύο Σημείων	Αριθμητική Διασταύρωση	Ομοιόμορφη Διασταύρωση
Γονέας 1	1 1 0 0 1 0 1 0	1 1 0 0 1 0 1 1	1 0 1 1 0 0 0 1
Γονέας 2	0 0 1 0 0 1 1 1	1 1 0 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 1 1 0
Μάσκα	-	-	0 0 1 1 0 0 1 1
Γόνος 2	1 1 0 0 0 1 1 0	1 1 0 0 1 0 1 1 (AND)	0 0 1 1 1 1 0 1
Γόνος 1	0 0 1 0 1 0 1 1	0 0 0 1 0 1 0 0 (XOR)	1 0 0 1 0 0 1 0

Mutation

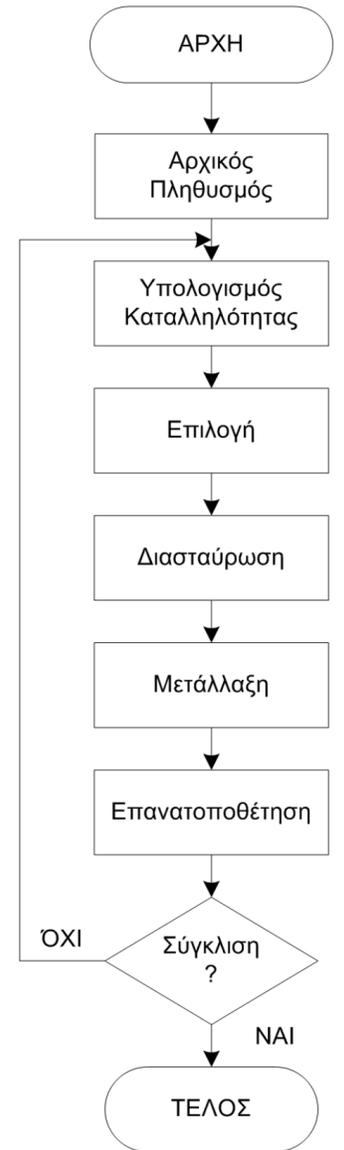
- με βάση μία πιθανότητα μετάλλαξης P_m , επιλέγονται τυχαία χρωμοσώματα τα οποία θα μεταλλαχτούν

	Δυαδική Κωδικοποίηση	Κωδικοποίηση Μετάθεσης	Κωδικοποίηση Τιμών
Αρχικό Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 0 0 1	1 5 3 7 9 0	12.1 21.2 35.4 56
Μεταλλαγμένο Χρωμόσωμα	0 1 0 0 1 1 0 1	1 5 3 8 9 0	12.1 22.3 35.4 56



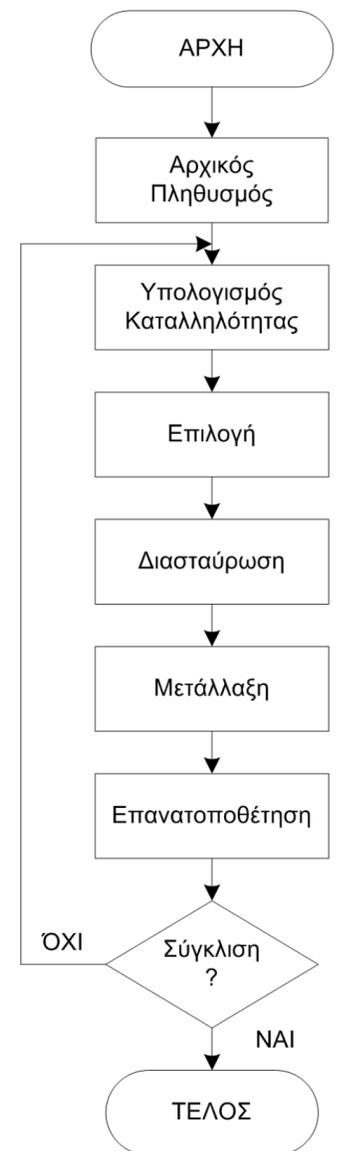
Elitism

- ένας προκαθορισμένος αριθμός χρωμοσωμάτων που κρίνονται ως τα «πλέον κατάλληλα», επαναλαμβάνονται αυτούσια στο νέο πληθυσμό.



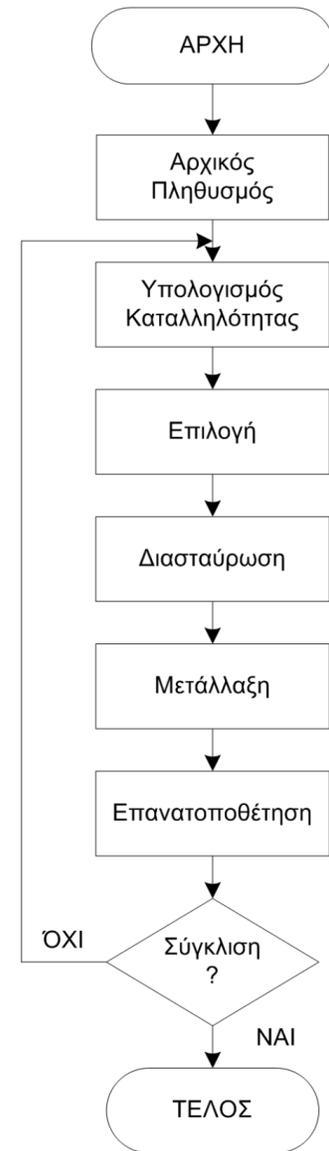
Reinsertion

- Νέα χρωμοσώματα αντικαθιστούν παλαιά χρωμοσώματα στον πληθυσμό διατηρώντας, τυπικά, σταθερό το μέγεθος του πληθυσμού.



termination

- μέχρι να ικανοποιηθεί ένα από τα ακόλουθα δύο κριτήρια τερματισμού (termination criteria):
 1. προκαθορισμένος αριθμός γενεών ή
 2. προκαθορισμένη ακρίβεια βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης.



Ασκήσεις

- Δοθέντων δύο χρωμοσωμάτων (γονέων) ενός γενετικού αλγορίθμου σε δυαδική αναπαράσταση 00010110 και 00100101 να βρεθούν τα χρωμοσώματα (απόγονοι) που παράγονται με την εφαρμογή της διασταύρωσης ενός σημείου της επιλογής σας.
- Να υπολογιστεί το πλήθος των bits που θα υποστούν μετάλλαξη στα χρωμοσώματα ενός γενετικού αλγορίθμου δυαδικής αναπαράστασης μήκους 10, όταν η πιθανότητα μετάλλαξης είναι $P_m = 0.1$.

Στην ενότητα αυτή θα εφαρμόσουμε τον ΓΑ, που περιγράψαμε παραπάνω, για τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης (Goldberg, 1989):

$$f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot x_1) + x_2 \cdot \sin(20 \cdot \pi \cdot x_2),$$

με $-3.0 \leq x_1 \leq 12.1$ και $4.1 \leq x_2 \leq 5.8$.

Υποθέτουμε ότι το μέγεθος του πληθυσμού που θα επεξεργαστεί ο ΓΑ είναι $pop_size=20$ και οι πιθανότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης είναι $p_c=0.25$ και $p_m=0.01$ αντίστοιχα.

Έστω ότι η επιθυμητή ακρίβεια για κάθε μεταβλητή είναι τέσσερα δεκαδικά ψηφία. Το διάστημα τιμών της μεταβλητής x_1 έχει μήκος $15.1 (=12.1 - (-3.0))$, οπότε το διάστημα $[-3.0, 12.1]$ θα πρέπει να διαχωριστεί σε 15.1×10000 ίσα υποδιαστήματα. Αυτό σημαίνει ότι απαιτούνται 18 δυαδικά ψηφία για τη δυαδική αναπαράσταση της x_1 (και τα οποία θα αποτελούν το πρώτο τμήμα του χρωμοσώματος κάθε ατόμου), αφού:

$$2^{17} < 151000 \leq 2^{18}.$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζουμε ότι για τη δυαδική αναπαράσταση της x_2 απαιτούνται 15 δυαδικά ψηφία (επαληθεύστε το). Επομένως το συνολικό μήκος του μοναδικού χρωμοσώματος κάθε μέλους του πληθυσμού θα είναι $m = 18 + 15 = 33$ δυαδικά ψηφία.

Έστω λοιπόν το ακόλουθο άτομο:

(010001001011010000111110010100010)

Τα πρώτα 18 δυαδικά ψηφία (010001001011010000) αναπαριστούν τον δεκαδικό αριθμό:

$$x_1 = -3.0 + 70352 \cdot \frac{15.1}{262143} = -3.0 + 4.05242 = 1.05242,$$

και τα επόμενα 15 δυαδικά ψηφία (111110010100010) τον αριθμό $x_2=5.75533$ (επαληθεύστε το): δηλαδή το άτομο αυτό αντιστοιχεί στο ζεύγος $\langle x_1, x_2 \rangle = \langle 1.05242, 5.75533 \rangle$.

Πηγή: Υπολογιστική νοημοσύνη και βαθιά μάθηση, Λυκοθανάσης & Κουτσομητρόπουλος

Υπολογιστική νοημοσύνη και βαθιά μάθηση

Σ. ΛΥΚΟΘΑΝΑΣΗΣ
Δ. ΚΟΥΤΣΟΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ



Αρχικοποίηση

Υποθέτουμε ότι μετά την αρχικοποίηση προκύπτει ο ακόλουθος πληθυσμός:

v_1	=	(100110100000001111111010011011111)
v_2	=	(111000100100110111001010100011010)
v_3	=	(000010000011001000001010111011101)
v_4	=	(100011000101101001111000001110010)
v_5	=	(000111011001010011010111111000101)
v_6	=	(000101000010010101001010111111011)
v_7	=	(001000100000110101111011011111011)
v_8	=	(100001100001110100010110101100111)
v_9	=	(010000000101100010110000001111100)
v_{10}	=	(000001111000110000011010000111011)
v_{11}	=	(011001111110110101100001101111000)
v_{12}	=	(110100010111101101000101010000000)
v_{13}	=	(111011111010001000110000001000110)
v_{14}	=	(010010011000001010100111100101001)
v_{15}	=	(1110111011011100001000111111011110)
v_{16}	=	(110011110000011111100001101001011)
v_{17}	=	(011010111111001111010001101111101)
v_{18}	=	(011101000000001110100111110101101)
v_{19}	=	(000101010011111111110000110001100)
v_{20}	=	(101110010110011110011000101111110)

Επιλογή

Αρχικά αποκωδικοποιούμε κάθε χρωμόσωμα και υπολογίζουμε την απόδοσή του. Έτσι έχουμε:

$\text{eval}(v_1)$	=	$f(6.084492, 5.652242)$	=	26.019600
$\text{eval}(v_2)$	=	$f(10.348434, 4.380264)$	=	7.580015
$\text{eval}(v_3)$	=	$f(-2.516603, 4.390381)$	=	19.526329
$\text{eval}(v_4)$	=	$f(5.278638, 5.593460)$	=	17.406725
$\text{eval}(v_5)$	=	$f(-1.255173, 4.734458)$	=	25.341160
$\text{eval}(v_6)$	=	$f(-1.811725, 4.391937)$	=	18.100417
$\text{eval}(v_7)$	=	$f(-0.991471, 5.680258)$	=	16.020812
$\text{eval}(v_8)$	=	$f(4.910618, 4.703018)$	=	17.959701
$\text{eval}(v_9)$	=	$f(0.795406, 5.381472)$	=	16.127799
$\text{eval}(v_{10})$	=	$f(-2.554851, 4.793707)$	=	21.278435
$\text{eval}(v_{11})$	=	$f(3.130078, 4.996097)$	=	23.410669
$\text{eval}(v_{12})$	=	$f(9.356179, 4.239457)$	=	15.011619
$\text{eval}(v_{13})$	=	$f(11.134646, 5.378671)$	=	27.316702
$\text{eval}(v_{14})$	=	$f(1.335944, 5.151378)$	=	19.876294
$\text{eval}(v_{15})$	=	$f(11.089025, 5.054515)$	=	30.060205
$\text{eval}(v_{16})$	=	$f(9.211598, 4.993762)$	=	23.867227
$\text{eval}(v_{17})$	=	$f(3.367514, 4.571343)$	=	13.696165
$\text{eval}(v_{18})$	=	$f(3.843020, 5.158226)$	=	15.414128
$\text{eval}(v_{19})$	=	$f(-1.746635, 5.395584)$	=	20.095903
$\text{eval}(v_{20})$	=	$f(7.935998, 4.757338)$	=	13.666916

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε μια ρουλέτα (roulette wheel). Η συνολική απόδοση (fitness) του πληθυσμού είναι:

$$F = \sum_{i=1}^{20} eval(v_i) = 387.776822$$

Η πιθανότητα επιλογής p_i κάθε μέλους του πληθυσμού v_i , $i=1, \dots, 20$, είναι:

$p_1 = eval(v_1)/F = 0.067099$	$p_{11} = eval(v_{11})/F = 0.060372$
$p_2 = eval(v_2)/F = 0.019547$	$p_{12} = eval(v_{12})/F = 0.038712$
$p_3 = eval(v_3)/F = 0.050355$	$p_{13} = eval(v_{13})/F = 0.070444$
$p_4 = eval(v_4)/F = 0.044889$	$p_{14} = eval(v_{14})/F = 0.051257$
$p_5 = eval(v_5)/F = 0.065350$	$p_{15} = eval(v_{15})/F = 0.077519$
$p_6 = eval(v_6)/F = 0.046677$	$p_{16} = eval(v_{16})/F = 0.061549$
$p_7 = eval(v_7)/F = 0.041315$	$p_{17} = eval(v_{17})/F = 0.035320$
$p_8 = eval(v_8)/F = 0.046315$	$p_{18} = eval(v_{18})/F = 0.039750$
$p_9 = eval(v_9)/F = 0.041590$	$p_{19} = eval(v_{19})/F = 0.051823$
$p_{10} = eval(v_{10})/F = 0.054873$	$p_{20} = eval(v_{20})/F = 0.035244$

Οι αθροιστικές πιθανότητες (cumulative probabilities) q_i για κάθε άτομο v_i , $i=1, \dots, 20$ του πληθυσμού είναι:

$q_1 = 0.067099$	$q_6 = 0.293917$	$q_{11} = 0.538381$	$q_{16} = 0.837863$
$q_2 = 0.086647$	$q_7 = 0.335232$	$q_{12} = 0.577093$	$q_{17} = 0.873182$
$q_3 = 0.137001$	$q_8 = 0.381546$	$q_{13} = 0.647537$	$q_{18} = 0.912932$
$q_4 = 0.181890$	$q_9 = 0.423137$	$q_{14} = 0.698794$	$q_{19} = 0.964756$
$q_5 = 0.247240$	$q_{10} = 0.478009$	$q_{15} = 0.776314$	$q_{20} = 1.000000$

Τώρα είμαστε έτοιμοι να περιστρέψουμε τη ρουλέτα 20 φορές; σε κάθε περιστροφή επιλέγουμε και ένα άτομο για τον νέο πληθυσμό. Υποθέτουμε ότι έχουμε παραγάγει την εξής ακολουθία 20 τυχαίων αριθμών στο διάστημα $[0, 1]$:

0.513870	0.175741	0.308652	0.534534	0.947628
0.171736	0.702231	0.226431	0.494773	0.424720
0.703899	0.389647	0.277226	0.368071	0.983437
0.005398	0.765682	0.646473	0.767139	0.780237

Ο πρώτος αριθμός $r = 0.513870$ είναι μεγαλύτερος του q_{10} και μικρότερος του q_{11} , γεγονός που σημαίνει ότι το άτομο v_{11} επιλέγεται για να «περάσει» στον νέο πληθυσμό. Ο δεύτερος αριθμός $r = 0.175741$ είναι μεγαλύτερος του q_3 και μικρότερος του q_4 , οπότε το άτομο v_4 επιλέγεται για τον νέο πληθυσμό. Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο κατασκευάζουμε τον νέο πληθυσμό:

v_1^*	=	(011001111110110101100001101111000)	(v_{11})
v_2^*	=	(100011000101101001111000001110010)	(v_4)
v_3^*	=	(00100010000011010111101101111011)	(v_7)
v_4^*	=	(011001111110110101100001101111000)	(v_{11})
v_5^*	=	(000101010011111111110000110001100)	(v_{19})
v_6^*	=	(100011000101101001111000001110010)	(v_4)
v_7^*	=	(111011101101110000100011111011110)	(v_{15})
v_8^*	=	(00011101100101001101011111000101)	(v_5)
v_9^*	=	(011001111110110101100001101111000)	(v_{11})
v_{10}^*	=	(000010000011001000001010111011101)	(v_3)
v_{11}^*	=	(111011101101110000100011111011110)	(v_{15})
v_{12}^*	=	(010000000101100010110000001111100)	(v_9)
v_{13}^*	=	(00010100001001010100101011111011)	(v_6)
v_{14}^*	=	(100001100001110100010110101100111)	(v_8)
v_{15}^*	=	(101110010110011110011000101111110)	(v_{20})
v_{16}^*	=	(100110100000001111111010011011111)	(v_1)
v_{17}^*	=	(000001111000110000011010000111011)	(v_{10})
v_{18}^*	=	(111011111010001000110000001000110)	(v_{13})
v_{19}^*	=	(111011101101110000100011111011110)	(v_{15})
v_{20}^*	=	(110011110000011111100001101001011)	(v_{16})

Διασταύρωση

Στον νέο πληθυσμό που έχει προκύψει εφαρμόζουμε τον τελεστή της διασταύρωσης. Έχουμε αρχικά υποθέσει ότι η πιθανότητα διασταύρωσης είναι $pc=0.25$, οπότε περιμένουμε ότι κατά μέσο όρο το 25% των μελών του πληθυσμού μας θα επιλεγούν για τη διαδικασία της διασταύρωσης. Για το συγκεκριμένο μέγεθος πληθυσμού (20) περιμένουμε να επιλεγούν κατά μέσο όρο 5 άτομα. Έτσι, για κάθε μέλος του πληθυσμού, διαλέγουμε έναν τυχαίο πραγματικό αριθμό r στο διάστημα $[0,1]$. Αν $r < 0.25$, τότε επιλέγουμε το συγκεκριμένο άτομο. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι παράχθηκε η παρακάτω ακολουθία τυχαίων αριθμών:

0.822951	0.151932	0.625477	0.314685	0.346901
0.911720	0.519760	0.401154	0.606758	0.785402
0.031523	0.869921	0.166525	0.674520	0.758400
0.581893	0.389248	0.200232	0.355635	0.826927

Άρα τα άτομα v_2^* , v_{11}^* , v_{13}^* και v_{18}^* επιλέγονται για διασταύρωση. Στο σημείο αυτό σταθήκαμε τυχεροί, αφού ο αριθμός των ατόμων που επιλέχθηκαν είναι άρτιος, οπότε το ζευγάρωμά τους είναι εύκολο. Αν ο αριθμός τους ήταν περιττός, θα έπρεπε είτε να επιλέξουμε (τυχαία πάντα) ένα άτομο ακόμα από τον πληθυσμό είτε να απορρίψουμε κάποιο από τα ήδη επιλεγμένα. Στη συνέχεια ζευγαρώνουμε τα επιλεγμένα άτομα τυχαία: έστω λοιπόν ότι ζευγαρώνουν το v_2^* με το v_{11}^* και το v_{13}^* με το v_{18}^* . Για καθένα από τα δύο ζευγάρια παράγουμε τυχαία έναν ακέραιο αριθμό pos στο διάστημα $[1, 32]$ (το συνολικό μήκος, δηλαδή ο συνολικός αριθμός bits, κάθε χρωματοσώματος είναι 33). Ο αριθμός pos καθορίζει το σημείο διασταύρωσης (crossing point) του χρωματοσώματος.

Έστω λοιπόν ότι για το πρώτο ζευγάρι (v_2^*, v_{11}^*) επιλέχθηκε σημείο διασταύρωσης $pos = 9$:

$$\begin{aligned} v_2^* &= (100011000 \mid 101101001111000001110010) \\ v_{11}^* &= (111011101 \mid 101110000100011111011110) \end{aligned}$$

Αυτά τα χρωμοσώματα θα «κοπούν» μετά το 9ο bit και θα αντικατασταθούν από το ακόλουθο ζεύγος απογόνων:

$$\begin{aligned} v_2^{**} &= (100011000 \mid 101110000100011111011110) \\ v_{11}^{**} &= (111011101 \mid 101101001111000001110010) \end{aligned}$$

Έστω τώρα ότι για το δεύτερο ζευγάρι (v_{13}^*, v_{18}^*) επιλέχθηκε σημείο διασταύρωσης, $pos = 20$:

$$\begin{aligned} v_{13}^* &= (00010100001001010100 \mid 1010111111011) \\ v_{18}^* &= (11101111101000100011 \mid 0000001000110) \end{aligned}$$

Αυτά τα χρωμοσώματα θα «κοπούν» μετά το 20ό bit και θα αντικατασταθούν από το ακόλουθο ζεύγος απογόνων:

$$\begin{aligned} v_{13}^{**} &= (00010100001001010100 \mid 0000001000110) \\ v_{18}^{**} &= (11101111101000100011 \mid 1010111111011) \end{aligned}$$

Οπότε η τρέχουσα μορφή του πληθυσμού θα είναι ως εξής:

$$\begin{aligned} v_1^* &= (011001111110110101100001101111000) \\ v_2^{**} &= (100011000101110000100011111011110) \\ v_3^* &= (00100010000011010111101101111011) \\ v_4^* &= (011001111110110101100001101111000) \\ v_5^* &= (00010101001111111110000110001100) \\ v_6^* &= (100011000101101001111000001110010) \\ v_7^* &= (111011101101110000100011111011110) \\ v_8^* &= (000111011001010011010111111000101) \\ v_9^* &= (011001111110110101100001101111000) \\ v_{10}^* &= (000010000011001000001010111011101) \\ v_{11}^{**} &= (111011101101101001111000001110010) \\ v_{12}^* &= (010000000101100010110000001111100) \\ v_{13}^{**} &= (00010100001001010100000001000110) \\ v_{14}^* &= (100001100001110100010110101100111) \\ v_{15}^* &= (101110010110011110011000101111110) \\ v_{16}^* &= (100110100000001111111010011011111) \\ v_{17}^* &= (000001111000110000011010000111011) \\ v_{18}^{**} &= (111011111010001000111010111111011) \\ v_{19}^* &= (111011101101110000100011111011110) \\ v_{20}^* &= (110011110000011111100001101001011) \end{aligned}$$

Μετάλλαξη

Η μετάλλαξη πραγματοποιείται bit-by-bit· δηλαδή ο τελεστής της μετάλλαξης αντιμετωπίζει ολόκληρο τον πληθυσμό ως έναν συρμό από δυαδικά ψηφία, όπου κάθε ψηφίο έχει την ίδια πιθανότητα να μεταλλαχθεί. Έτσι —με δεδομένο ότι η πιθανότητα μετάλλαξης είναι $p_m = 0.01$ — αναμένουμε ότι κατά μέσο όρο το 1% όλων των binary bits του πληθυσμού θα αντιστραφούν. Ο πληθυσμός μας αποτελείται από $m \times pop_size = 33 \times 20 = 660$ δυαδικά ψηφία, άρα αναμένουμε κατά μέσο όρο 6.6 μεταλλάξεις σε κάθε γενιά. Για κάθε δυαδικό ψηφίο παράγουμε έναν τυχαίο πραγματικό αριθμό r στο διάστημα $[0,1]$. Εάν $r < 0.01$, τότε αντιστρέφουμε το δυαδικό ψηφίο.

Έτσι πρέπει να παράγουμε συνολικά 660 τυχαίους αριθμούς στο διάστημα $[0, 1]$. Σε ένα δοκιμαστικό τρέξιμο παράχθηκαν 5 αριθμοί μικρότεροι από 0.01. Οι αριθμοί αυτοί, οι θέσεις στον πληθυσμό των δυαδικών ψηφίων που επiléχθηκαν, ο αριθμός του ατόμου που αντιστοιχούν, καθώς και η θέση τους στα αντίστοιχα άτομα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Τυχαίος Αριθμός	Θέση Ψηφίου στον Πληθυσμό	Αριθμός ατόμου (χρωμοσώματος)	Θέση Ψηφίου στο Χρωμόσωμα
0.000213	112	4	13
0.009945	349	11	19
0.008809	418	13	22
0.005425	429	13	33
0.002836	602	19	8

Αυτό σημαίνει ότι τέσσερα άτομα του πληθυσμού θα υποστούν μετάλλαξη — στο 13ο άτομο μεταλλάσσονται δύο ψηφία. Οπότε ο πληθυσμός που προκύπτει μετά και τη διαδικασία της μετάλλαξης είναι ο ακόλουθος (τα ψηφία που έχουν μεταλλαχθεί είναι bold):

v_1	=	(01100111111011010100001101111000)
v_2	=	(10001100010111000010001111011110)
v_3	=	(00100010000011010111101101111011)
v_4	=	(011001111110 0 1010100001101111000)
v_5	=	(00010101001111111110000110001100)
v_6	=	(100011000101101001111000001110010)
v_7	=	(111011101101110000100011111011110)
v_8	=	(00011101100101001101011111000101)
v_9	=	(01100111111011010100001101111000)
v_{10}	=	(000010000011001000001010111011101)
v_{11}	=	(111011101101101001 0 11000001110010)
v_{12}	=	(010000000101100010110000001111100)
v_{13}	=	(000101000010010101000 1 00001000111)
v_{14}	=	(100001100001110100010110101100111)
v_{15}	=	(101110010110011110011000101111110)
v_{16}	=	(100110100000001111111010011011111)
v_{17}	=	(000001111000110000011010000111011)
v_{18}	=	(111011111010001000111010111111011)
v_{19}	=	(11101110 0 101110000100011111011110)
v_{20}	=	(110011110000011111100001101001011)

Μόλις τελειώσαμε λοιπόν την πρώτη γενιά του ΓΑ. Είναι ενδιαφέρον να δούμε την απόδοση των μελών του πληθυσμού που προέκυψε στο τέλος αυτής της πρώτης γενιάς.

$eval(v_1)$	=	$f(3.130078, 4.996097)$	=	23.410669
$eval(v_2)$	=	$f(5.279042, 5.054515)$	=	18.201083
$eval(v_3)$	=	$f(-0.991471, 5.680258)$	=	16.020812
$eval(v_4)$	=	$f(3.128235, 4.996097)$	=	23.412613
$eval(v_5)$	=	$f(-1.746635, 5.395584)$	=	20.095903
$eval(v_6)$	=	$f(5.278638, 5.593460)$	=	17.406725
$eval(v_7)$	=	$f(11.089025, 5.054515)$	=	30.060205
$eval(v_8)$	=	$f(-1.255173, 4.734458)$	=	25.341160
$eval(v_9)$	=	$f(3.130078, 4.996097)$	=	23.410669
$eval(v_{10})$	=	$f(-2.516603, 4.390381)$	=	19.526329
$eval(v_{11})$	=	$f(11.088621, 4.743434)$	=	33.351874
$eval(v_{12})$	=	$f(0.795406, 5.381472)$	=	16.127799
$eval(v_{13})$	=	$f(-1.811725, 4.209937)$	=	22.692462
$eval(v_{14})$	=	$f(4.910618, 4.703018)$	=	17.959701
$eval(v_{15})$	=	$f(7.935998, 4.757338)$	=	13.666916
$eval(v_{16})$	=	$f(6.084492, 5.652242)$	=	26.019600
$eval(v_{17})$	=	$f(-2.554851, 4.793707)$	=	21.278435
$eval(v_{18})$	=	$f(11.134646, 5.666976)$	=	27.591064
$eval(v_{19})$	=	$f(11.059532, 5.054515)$	=	27.608441
$eval(v_{20})$	=	$f(9.211598, 4.993762)$	=	23.867227

Παρατηρούμε ότι η συνολική απόδοση F του νέου πληθυσμού είναι 447.049688, πολύ μεγαλύτερη από τη συνολική απόδοση του αρχικού πληθυσμού που ήταν 387.776822. Επίσης, το χρωμόσωμα (v_{11}) με την καλύτερη απόδοση (33.351874) στον τρέχοντα πληθυσμό έχει υψηλότερη απόδοση από το χρωμόσωμα (v_{15})

Μόλις τελειώσαμε λοιπόν την πρώτη γενεά του ΓΑ. Είναι ενδιαφέρον να δούμε την απόδοση των μελών του πληθυσμού που προέκυψε στο τέλος αυτής της πρώτης γενεάς.

eval(v ₁)	=	f(3.130078, 4.996097)	=	23.410669
eval(v ₂)	=	f(5.279042, 5.054515)	=	18.201083
eval(v ₃)	=	f(-0.991471, 5.680258)	=	16.020812
eval(v ₄)	=	f(3.128235, 4.996097)	=	23.412613
eval(v ₅)	=	f(-1.746635, 5.395584)	=	20.095903
eval(v ₆)	=	f(5.278638, 5.593460)	=	17.406725
eval(v ₇)	=	f(11.089025, 5.054515)	=	30.060205
eval(v ₈)	=	f(-1.255173, 4.734458)	=	25.341160
eval(v ₉)	=	f(3.130078, 4.996097)	=	23.410669
eval(v ₁₀)	=	f(-2.516603, 4.390381)	=	19.526329
eval(v ₁₁)	=	f(11.088621, 4.743434)	=	33.351874
eval(v ₁₂)	=	f(0.795406, 5.381472)	=	16.127799
eval(v ₁₃)	=	f(-1.811725, 4.209937)	=	22.692462
eval(v ₁₄)	=	f(4.910618, 4.703018)	=	17.959701
eval(v ₁₅)	=	f(7.935998, 4.757338)	=	13.666916
eval(v ₁₆)	=	f(6.084492, 5.652242)	=	26.019600
eval(v ₁₇)	=	f(-2.554851, 4.793707)	=	21.278435
eval(v ₁₈)	=	f(11.134646, 5.666976)	=	27.591064
eval(v ₁₉)	=	f(11.059532, 5.054515)	=	27.608441
eval(v ₂₀)	=	f(9.211598, 4.993762)	=	23.867227

Παρατηρούμε ότι η συνολική απόδοση F του νέου πληθυσμού είναι 447.049688, πολύ μεγαλύτερη από τη συνολική απόδοση του αρχικού πληθυσμού που ήταν 387.776822. Επίσης, το χρωμόσωμα (v₁₁) με την καλύτερη απόδοση (33.351874) στον τρέχοντα πληθυσμό έχει υψηλότερη απόδοση από το χρωμόσωμα (v₁₅)