Τεχνητή Νοημοσύνη

Αβεβαιότητα – Uncertainty

Ασάφεια & Ασαφής Λογική – Fuzzy Logic

Κάποια στοιχεία είναι δανεισμένα από τις διαφάνειες του βιβλίου «Τεχνητή Νοημοσύνη» των Βλαχάβα et al.

Αβεβαιότητα - Uncertainty

Αβέβαιη Γνώση

- Πολλές φορές η γνώση που έχω είναι αβέβαιη γιατί
  - Μπορεί τα δεδομένα μου να είναι ανακριβή (imprecise)
  - Μπορεί τα δεδομένα μου να είναι ελλιπή (incomplete)
  - Μπορεί να εμπλέκονται υποκειμενικά στοιχεία στην περιγραφή της γνώσης
- Πρέπει να μπορώ να έχω «μη ακριβείς» μεθόδους συλλογισμού
  - Θεωρία Πιθανοτήτων
  - Συντελεστές Βεβαιότητας

Θεωρία Πιθανοτήτων

- Αν *E* είναι ένα γεγονός, η *άνευ συνθηκών πιθανότητα* (*unconditional probability*) *P*(*E*) να συμβεί το γεγονός εκφράζεται με έναν πραγματικό αριθμό για τον οποίο ισχύουν:
  - $0 \le P(E) \le 1$
  - $P(E) = 1$ αν Ε σίγουρο γεγονός
  - $P(E) + P(\neg E) = 1$
- *Πιθανότητα υπό συνθήκη* (*conditional probability*):
  - Η πιθανότητα να ισχύει το υποθετικό συμπέρασμα *H* δεδομένης της ισχύος μόνο του γεγονότος *E*.

$$P(H \mid E) = \frac{P(H \wedge E)}{P(E)}$$

- Ιδιότητες
  - *Προσθετική Ιδιότητα*: $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$
  - *Πολ/στική Ιδιότητα για δύο ανεξάρτητα γεγονότα A και B*: $P(A \wedge B) = P(A) \bullet P(B)$
  - *Πολ/στική Ιδιότητα για δύο μη ανεξάρτητα γεγονότα A και B*: $P(A \wedge B) = P(A) \bullet P(B|A)$

Παράδειγμα

- Έστω ότι έχουμε ένα ζάρι:
- P(A) = P(περιττός αριθμός) = 3/6 = 0.5
  - γιατί υπάρχουν 3 δυνατές τιμές (1,3,5) από σύνολο 6 δυνατών τιμών (1,2,3,4,5,6)
- P(B) = P(αριθμός ≤ 3) = 3/6 = 0.5
  - γιατί υπάρχουν 3 δυνατές τιμές (1,2,3) από σύνολο 6 δυνατών τιμών (1,2,3,4,5,6)
- P(B|A) = P(αριθμός ≤3 δεδομένου ότι είναι περιττός) = 2/3
  - γιατί υπάρχουν 2 δυνατές τιμές (1,3) από σύνολο 3 δυνατών τιμών (1,3,5)
- $P(A \wedge B)$ = P(περιττός αριθμός και ≤3) = P(A)* P(B|A) = 0.5*2/3 = 0.33
- $P(A \vee B)$=P(περιττός ή ≤3) = P(A) + P(B) - $P(A \wedge B)$ = 0.5+0.5-0.33=0.67 (προσθετική ιδιότητα)

Ο Νόμος του Bayes (*Bayes' rule*)

- Επιτρέπει τον υπολογισμό πιθανοτήτων υπό συνθήκη με χρήση άλλων πιθανοτήτων που είναι ευκολότερο να υπολογιστούν.
- **Χρήση εκτιμήσεων αντί συχνοτήτων εμφάνισης γεγονότων.**
- Η απλούστερη εκδοχή του *νόμου του Bayes*:

$$P(H \mid E) = \frac{P(E \mid H) \cdot P(H)}{P(E)}$$

  - Πιο εύκολο να χρησιμοποιηθεί, συγκριτικά με την σχέση της *πιθανότητας υπό συνθήκη*.
  - Αν H μία ασθένεια και E ένα σύμπτωμα που σχετίζεται με αυτήν, τότε για τον υπολογισμό της *πιθανότητας υπό συνθήκη* απαιτείται πληροφορία που συνήθως δεν είναι διαθέσιμη:
    - Πόσοι άνθρωποι στον κόσμο πάσχουν από την H και ταυτόχρονα εμφανίζουν το σύμπτωμα E.
    - Πόσοι εμφανίζουν απλά το σύμπτωμα E.
  - Στο νόμο του Bayes:
    - Ένας γιατρός μπορεί να δώσει μία εκτίμηση για το πόσοι ασθενείς που έπασχαν από την ασθένεια H εμφάνιζαν το σύμπτωμα E (ποσότητα P(E|H)). Αντίθετα, το κλάσμα των ασθενών με σύμπτωμα E που πάσχουν από την ασθένεια H, δηλαδή ο όρος P(H|E), τις περισσότερες φορές είναι αδύνατο να εκτιμηθεί.
    - Το P(H) μπορεί να υπολογιστεί από στατιστικά στοιχεία για τον συνολικό πληθυσμό.
    - Το P(E) από στατιστικά στοιχεία του ίδιου του γιατρού.

Παράδειγμα 2

<u>*Ορισμοί Παραμέτρων*</u>

$P(H)$ = η πιθανότητα να έχει κάποιος γρίπη

$P(E)$ = η πιθανότητα να έχει κάποιος πυρετό

$P(E|H)$ = η πιθανότητα να έχει κάποιος πυρετό δεδομένου ότι έχει γρίπη

$P(E|\neg H)$ = η πιθανότητα να έχει κάποιος πυρετό δεδομένου ότι <u>δεν</u> έχει γρίπη

<u>*Δεδομένα*</u>

$P(H)=0.0001$ $\quad P(E|H)=0.8$ $\quad P(E|\neg H)=0.1$

<u>*Ερωτήσεις*</u>

1) Ποια η πιθανότητα να έχει κάποιος πυρετό;

$P(E) = P(E \wedge H) + P(E \wedge \neg H) =$

(από ορισμό πιθαν. υπό συνθήκη)

$= P(E|H)*P(H) + P(E|\neg H)* P(\neg H) =$

$= 0.8 * 0.0001 + 0.1*(1-0.0001) =$

$= 0.0008 + 0.09999 = 0.10007$

2) Ποια η πιθανότητα να έχει κάποιος γρίπη δεδομένου ότι έχει πυρετό;

$P(H|E) = P(H)*P(E|H)/P(E) =$ *(Bayes)*

$= 0.0001 * 0.8/0.10007 =$

$= 0.0007994$

3) Ποια η πιθανότητα να έχει κάποιος γρίπη δεδομένου ότι <u>δεν</u> έχει πυρετό;

$P(H|\neg E) = P(H)*P(\neg E|H)/P(\neg E) =$

(σχέση Bayes με $\neg E$ αντί E)

$= 0.0001*(1-0.8)/(1-0.10007) =$

$= 0.0000222$

Συντελεστές Βεβαιότητας (Certainty Factors - CF)

- Προτάσεις της μορφής

ΑΝ γεγονός ΤΟΤΕ συμπέρασμα

- Παίρνουν μια τιμή στο διάστημα [-1, +1] που εκφράζει τη βεβαιότητα της πρότασης
- Πχ If πυρετός then γρίπη CF=0.8
- CF=+1: απόλυτη βεβαιότητα ότι η πρόταση είναι αλήθεια
- CF=-1: απόλυτη βεβαιότητα ότι η πρόταση είναι ψέμα
- CF=0: άγνοια
- Μπορώ να έχω CFs και στο γεγονός και στο συμπέρασμα
- Πχ If πυρετός $CF_Γ$ =0.7 then γρίπη $CF_Σ$=0.8, οπότε βεβαιότητα κανόνα = 0.7*0.8=0.56
- Αν στο αριστερό τμήμα του κανόνα έχω πολλά γεγονότα που συνδέονται με AND τότε ο CF του αριστερού τμήματος θα είναι η μικρότερη τιμή CF των συμβάντων που εμφανίζονται.
- Αν στο αριστερό τμήμα του κανόνα έχω πολλά γεγονότα που συνδέονται με OR τότε ο CF του αριστερού τμήματος θα είναι η μεγαλύτερη τιμή CF των συμβάντων που εμφανίζονται.

Συντελεστές βεβαιότητας - συνέχεια

- Έστω ότι δυο κανόνες έχουν το ίδιο συμπέρασμα
- Πχ IF πυρετός THEN γρίπη CFp 0.8

  IF βήχας THEN γρίπη CFn 0.5

- Αν CF_p και $CF_n > 0$, τότε: $CF = CF_p + CF_n \cdot (1 - CF_p) = CF_p + CF_n - CF_n \cdot CF_p$
- Αν CF_p και $CF_n < 0$, τότε: $CF = CF_p + CF_n \cdot (1 + CF_p) = CF_p + CF_n + CF_n \cdot CF_p$
- Αν CF_p και CF_n ετερόσημα, τότε: $CF = \dfrac{CF_p + CF_n}{1 - \min(|CF_p|, |CF_n|)}$

Παράδειγμα

- Έστω ότι δύο κανόνες οδηγούν στο ίδιο υποθετικό συμπέρασμα B, κάτω όμως από διαφορετικές παραδοχές, δηλαδή:

  if A then B CF 0.8

  if C AND D AND E then B CF 0.6

- Αν ο χρήστης εισάγει τα δεδομένα A, C, D και E με βεβαιότητες:
  CF(A)=0.5, CF(C)=0.9, CF(D)=0.7 και CF(E)=0.5 τότε:
- Η ενεργοποίηση του πρώτου κανόνα δίνει: $CF_p(B)=0.5 * 0.8 = 0.4$
- Η ενεργοποίηση του δεύτερου κανόνα δίνει:
  $CF_n(B)=0.6 * \min(0.9, 0.7, 0.5) = 0.6 * 0.5 = 0.3$
- Επειδή τα CF_p και CF_n είναι και τα δύο θετικά, η συνολική βεβαιότητα του υποθετικού συμπεράσματος B θα είναι:
  CF(B) = 0.4 + 0.3 - (0.4 x 0.3) = 0.58

Ασάφεια - Fuzziness

Λογική – Ασαφής Λογική

- Στην κλασσική Λογική η πρόταση
  - Κάνει κρύο

  είναι ή αλήθεια ή ψέμα (δυαδική σημασιολογία).
- Στην Ασαφή Λογική (Fuzzy Logic) η πρόταση μπορεί να είναι τελείως αλήθεια, πολύ αλήθεια, λίγο αλήθεια, καθόλου αλήθεια.
- Αναπαριστά «μερική» αλήθεια, με τιμές αληθείας στο διάστημα [0,1]
- Αυτό την καθιστά πολύ χρήσιμη στον πραγματικό κόσμο που τα δεδομένα δεν είναι ακριβή.

Ορολογία

- Συναρτήσεις Συμμετοχής (Membership Functions)
  - $\mu(x)$
  - Περιγράφουν σε πόσο βαθμό ανήκει/συμμετέχει ένα στοιχείο σε μια κατηγορία
  - Πχ η θερμοκρασία 30^{o}C ανήκει με συμμετοχή 0.8 στην κατηγορία «ζεστό» και με συμμετοχή 0.2 στην κατηγορία «κρύο»
  - Βαθμός συμμετοχής=0: η τιμή δεν ανήκει καθόλου στο σύνολο
  - Βαθμός συμμετοχής=1: η τιμή ανήκει πλήρως στο σύνολο
  - Ενδιάμεσοι βαθμοί: η τιμή ανήκει μερικώς στο σύνολο
- Fuzzy sets (Ασαφή Σετ)
  - Σύνολα όπου τα στοιχεία τους ανήκουν σε αυτά με βαθμούς συμμετοχής (degrees of membership)
  - Πχ το σύνολο «Νέος» μπορεί να περιλαμβάνει σαν στοιχείο κάποιον 30χρονο με βαθμό συμμετοχής 0.7 (κυρίως νέος) και έναν 50χρονο με βαθμό συμμετοχής 0.3 (μερικώς νέος).

Συχνοί τύποι συναρτήσεων συμμετοχής

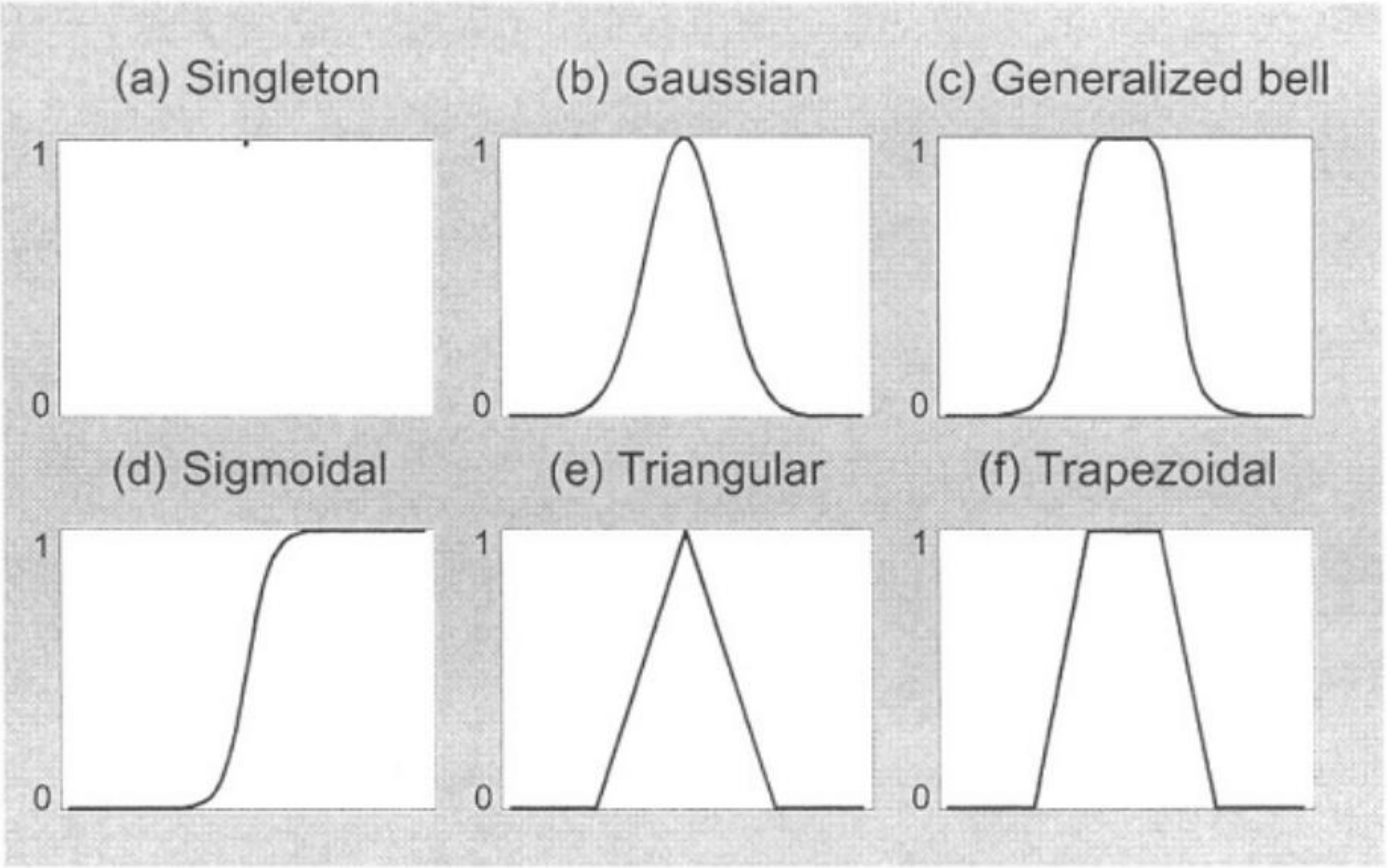
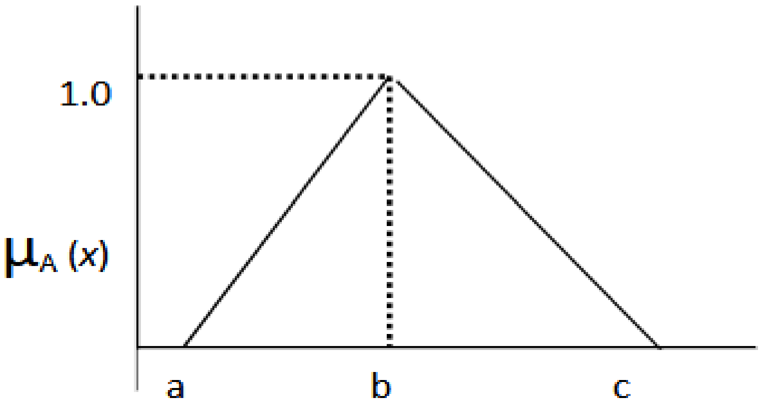


Figure 3.3: Various type of Fuzzy membership functions

https://cse.iitkgp.ac.in/~dsamanta/courses/archive/sca/Archives/Chapter%203%20Fuzzy%20Membership%20Functions.pdf

Τριγωνική



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & if\ x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & if\ a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & if\ b \le x \le c \\ 0 & if\ x \ge c \end{cases}$$

Τραπεζοειδής

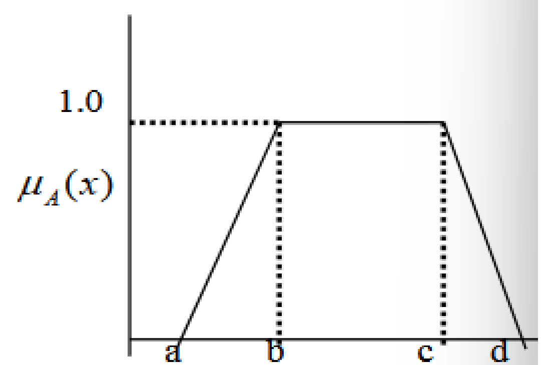
Trapezoid(x; a, b, c, d) = 0 if x $\le$ a;

= (x-a)/ (b-a) if a $\le$ x $\le$ b

= 1 if b $\le$ x $\le$ c;

= (d-x)/ (d-c) 0 if c $\le$ x $\le$ d;

= 0, if d $\le$ x.

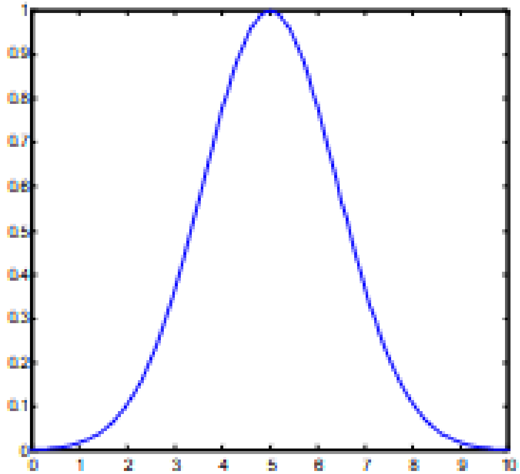


$$\mu_{\text{trapezoid}} = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

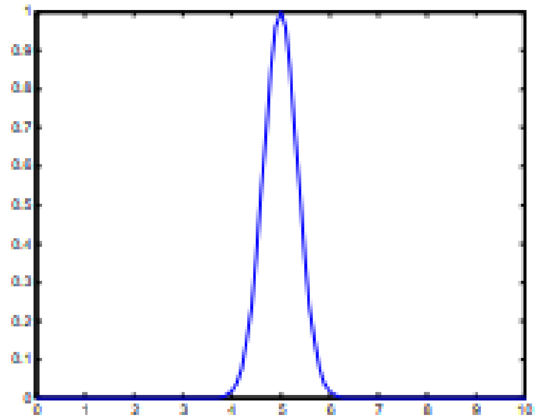
Κανονική

$$\mu_A(x,c,s,m) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left|\frac{x-c}{s}\right|^m\right]$$

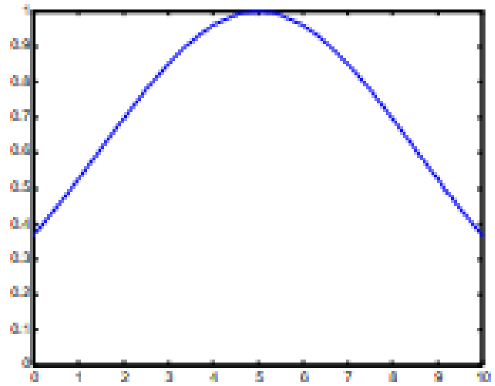
Here c represents centre, s represents width and m represents fuzzification factor.



c=5, s=0.5, m=2



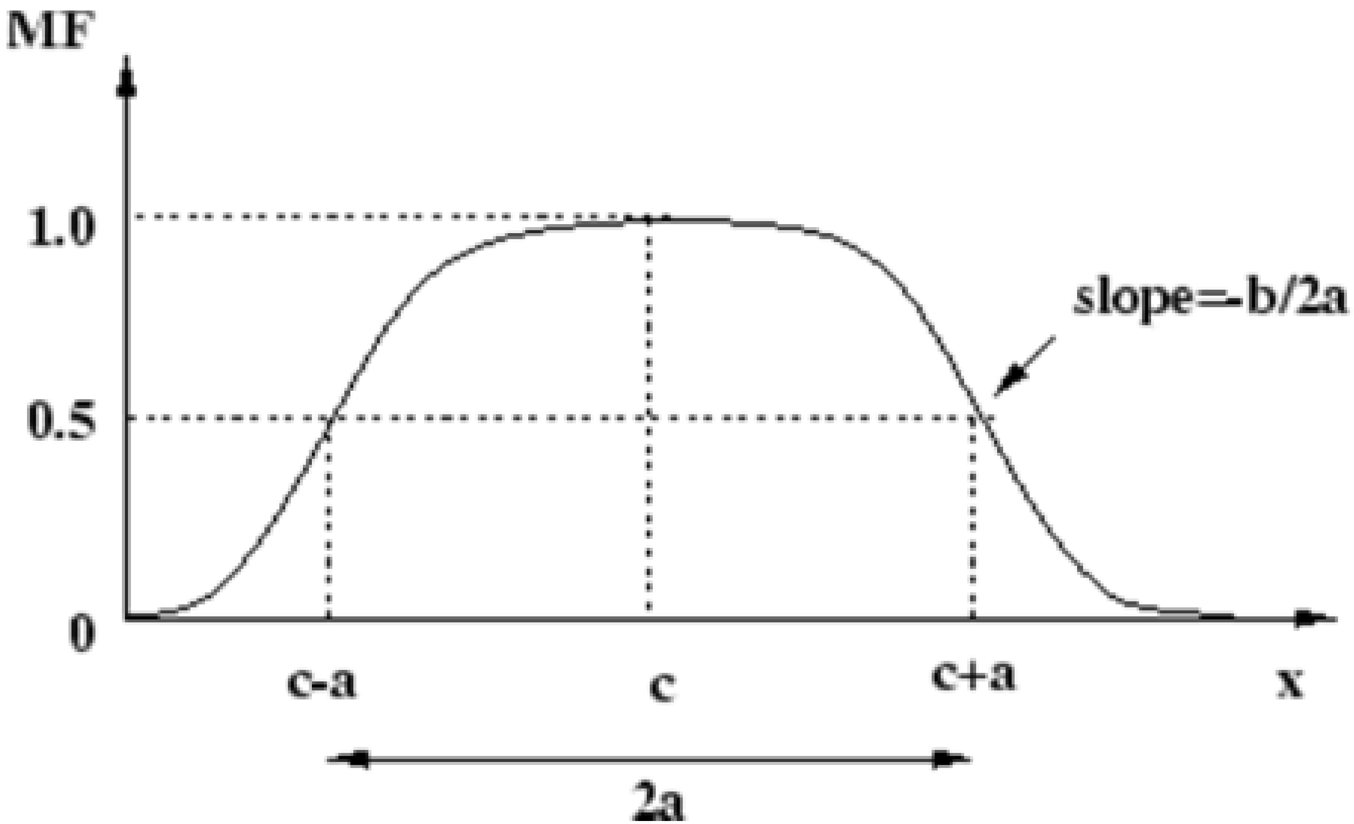
c=5, s=2, m=2



c=5, s=5, m=2

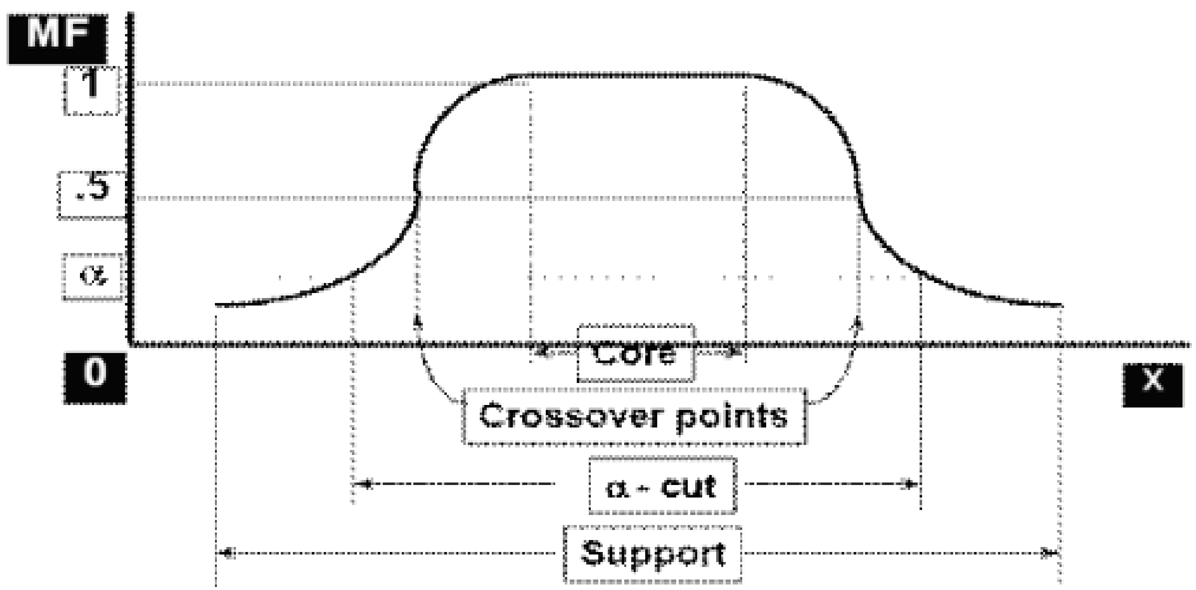
Γενικευμένη Bell

$$gbellmf(x;a,b,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{b}\right|^{2b}}$$



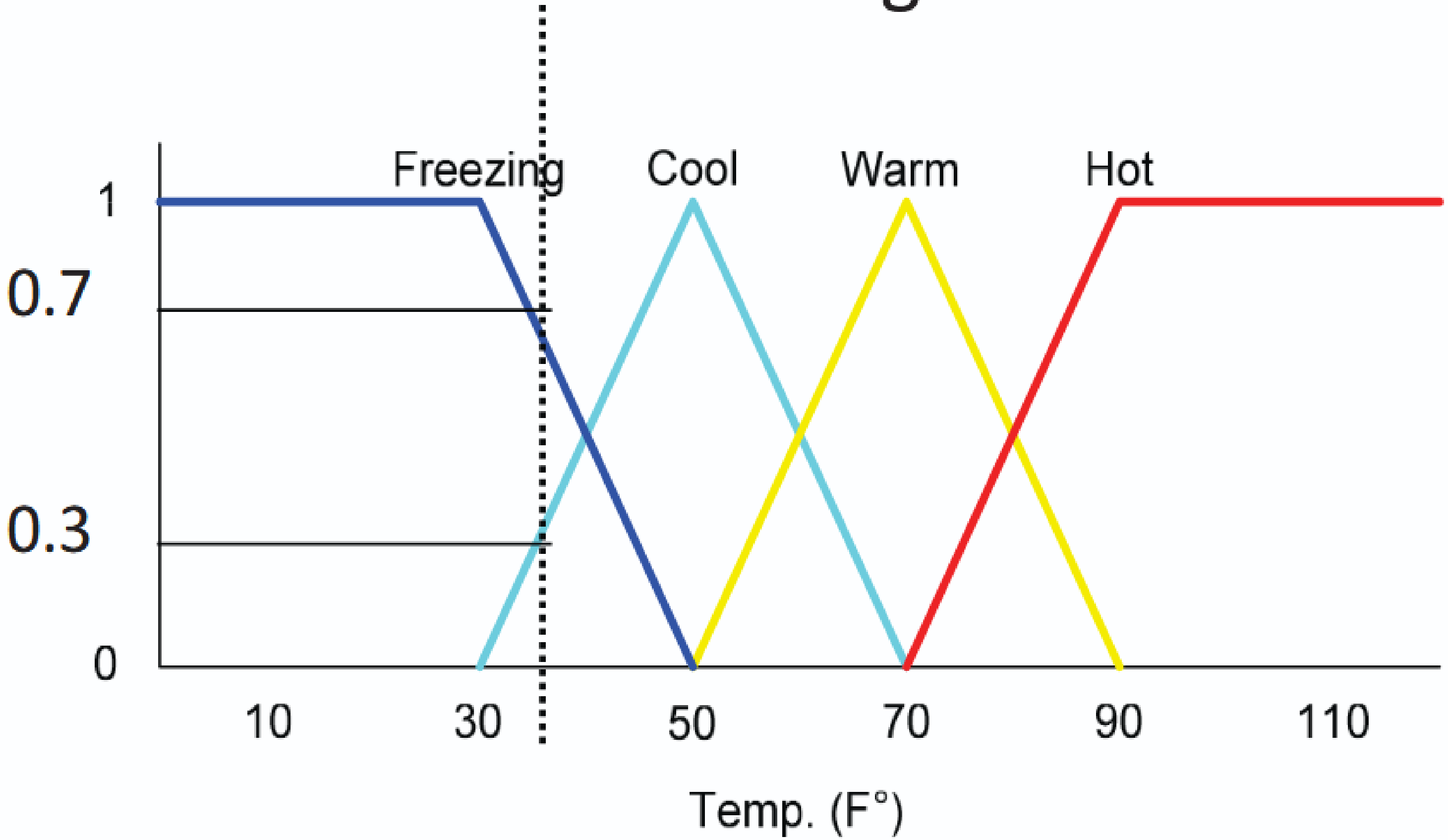
Περιγραφή των συναρτήσεων συμμετοχής

- Support: το σύνολο των σημείων x για τα οποία μ(x)>0.
- Core: το σύνολο των σημείων x για τα οποία μ(x)=1.
- Σημείο crossover: το σημείο x στο οποίο μ(x)=0.5
- α-cut: υποσύνολο του ασαφούς συνόλου για το οποίο μ(x)>=α, όπου α ένα κατώφλι που ανήκει στο [0,1].

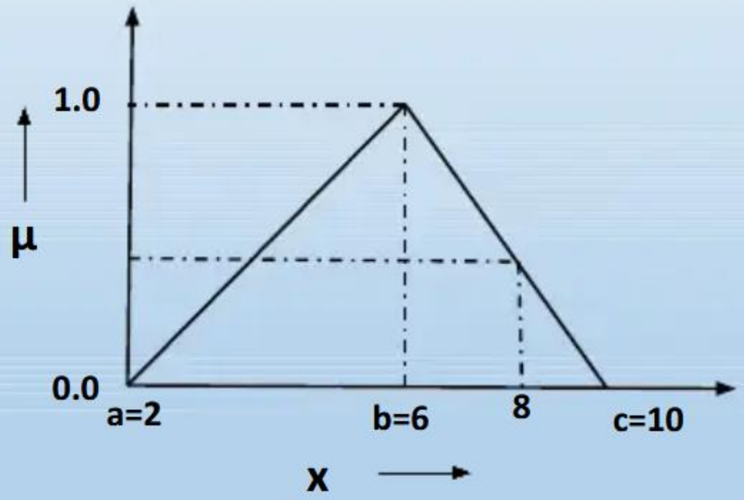


Άλλο Παράδειγμα

- How cool is 36 F° ?
- It is 30% Cool and 70% Freezing



Triangular Membership: **Determine μ, corresponding to x=8.0**



$$\mu_{triangle} = max[min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0]$$

$$= max[min\left(\frac{x-2}{6-2}, \frac{10-x}{10-6}\right), 0]$$

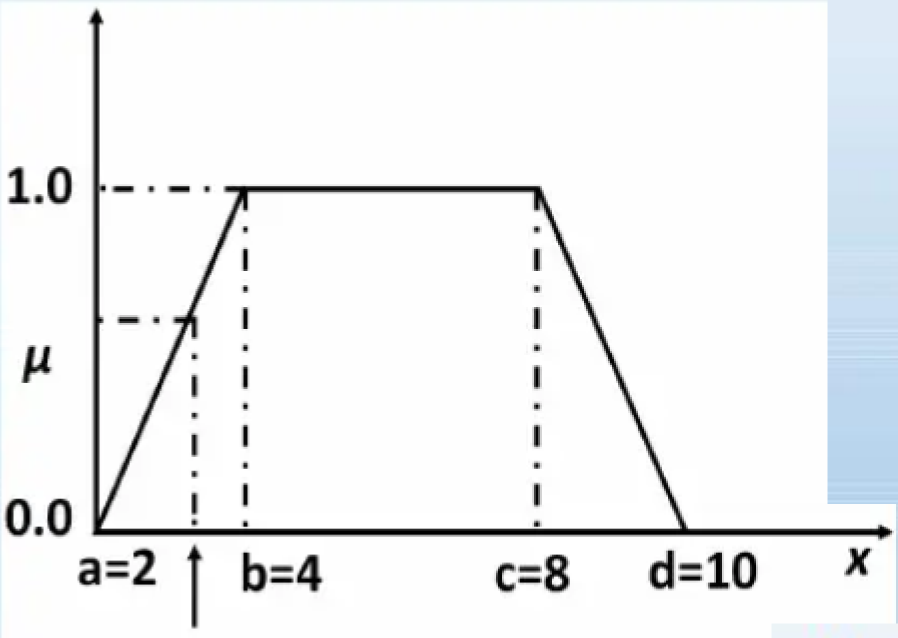
$$= max[min\left(\frac{x-2}{4}, \frac{10-x}{4}\right), 0]$$

We put, x=8.0

$$\mu_{triangle} = max\left[min\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), 0\right] = \frac{1}{2} = 0.5$$

Trapezoidal Membership

- Determine μ corresponding to x = 3.5



$$\mu_{trapezoidal} = \max\left[\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right]$$

$$= \max\left[\min\left(\frac{x-2}{4-2}, 1, \frac{10-x}{10-8}\right), 0\right]$$

$$= \max\left[\min\left(\frac{x-2}{2}, 1, \frac{10-x}{2}\right), 0\right]$$

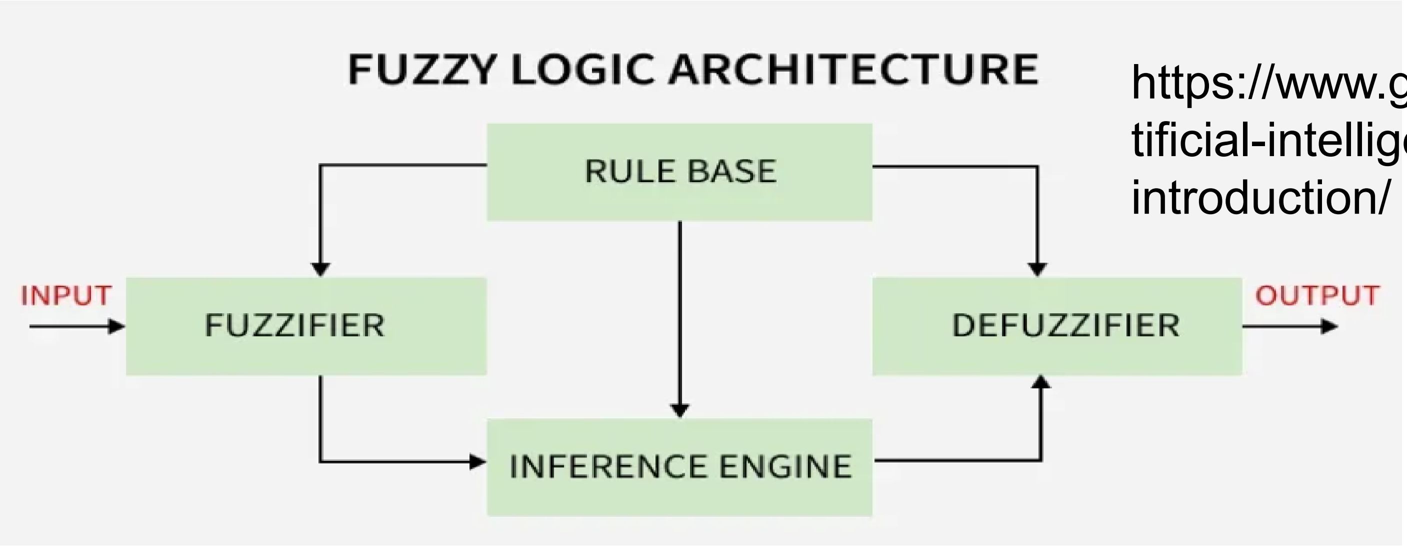
- We put x = 3.5

$$\mu_{trapezoidal} = \max\left[\min\left(\frac{1.5}{2}, 1, \frac{6.5}{2}\right), 0\right]$$

$$= \max[0.75, 0]$$

$$= 0.75$$

Η Αρχιτεκτονική της Ασαφούς Λογικής



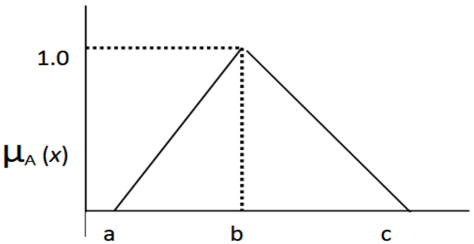
https://www.geeksforgeeks.org/artificial-intelligence/fuzzy-logic-introduction/

- Fuzzification: Μετατροπή δεδομένων ακριβών τιμών σε ασαφή σύνολα
- Κανόνες «if then» φτιαγμένοι από ειδικούς καθορίζουν τις διάφορες συνθήκες (πχ πότε κάτι θα είναι κρύο, πότε ζεστό κλπ) και τις αντίστοιχες δράσεις
- Μηχανή Συμπερασμού: Εφαρμόζει τους κανόνες στα ασαφή δεδομένα, και παράγει μια απόφαση/δράση
- Αποσαφήνιση: Τα ασαφή αποτελέσματα μετατρέπονται σε ακριβείς τιμές, ώστε να μπορέσουν να ληφθούν συγκεκριμένες αποφάσεις

Αριθμητικό Παράδειγμα

Triangular Membership function:

Let a, b and c represent the x coordinates of the three vertices of $\mu_A(x)$ in a fuzzy set A (a: lower boundary and c: upper boundary where membership degree is zero, b: the centre where membership degree is 1).



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & if\ x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & if\ a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & if\ b \le x \le c \\ 0 & if\ x \ge c \end{cases}$$

Έστω ότι έχω θερμοκρασία 32^{o}C. Θέλω να προσαρμόσω ανάλογα την ταχύτητα του ανεμιστήρα (χαμηλή, μέτρια, υψηλή).

1. Ορισμός ασαφών συνόλων (Fuzzification)

   Ζέστη = triangular(20,30,40) Καύσωνας= triangular(30,40,50)

2. Υπολογισμός βαθμών συμμετοχής

   $\mu_{Ζέστη}(32)= (40-32)/(40-30)=0.8$ $\mu_{Καύσωνας}(32)= (32-30)/(40-30)=0.2$

3. Ορισμός κανόνων συμπερασμού
   - IF Ζέστη THEN ταχύτητα ανεμιστήρα = μέτρια
   - IF Καύσωνας THEN ταχύτητα ανεμιστήρα = υψηλή

4. Συμπερασμός

   Μέτρια ταχύτητα ανεμιστήρα = 0.8 Υψηλή ταχύτητα ανεμιστήρα = 0.2

5. Αποσαφήνιση: **ταχύτητα=0.8*μέτρια + 0.2*υψηλή** - αν η ταχύτητα είχε αριθμητικές τιμές θα προτεινόταν συγκεκριμένη τιμή ταχύτητας.

Πλεονεκτήματα/Μειονεκτήματα Ασαφούς Λογικής

- **Χειρίζεται ανακριβή ή θορυβώδη δεδομένα**: ακόμα και από προβληματικά δεδομένα μπορεί να εξάγει συμπεράσματα
- **Είναι εύκολη στη σχεδίαση, στην ανάπτυξη, στην κατανόηση**, σε αντίθεση με άλλους πολύπλοκους αλγορίθμους
- **Αποδοτική:** αντικατοπτρίζει τις διαδικασίες ανθρώπινου συμπερασμού για την επίλυση προβλημάτων ή την λήψη αποφάσεων
- **Απαιτήσεις χαμηλής μνήμης**: Οι αλγόριθμοι είναι απλοί και απαιτούν λίγα δεδομένα για να λειτουργήσουν

- **Αμφισημία**: Διαφορετικές ερευνητικές προσεγγίσεις μπορεί να προτείνουν διαφορετικές λύσεις στο ίδιο πρόβλημα, κάνοντας την όλη προσέγγιση λιγότερο συστηματική
- **Δυσκολία στην επαλήθευση:** Επειδή χειρίζεται την αβεβαιότητα, το να αποδειχθεί ότι ένα σύστημα δουλεύει έτσι όπως θα αναμενόταν είναι δύσκολο.
- **Προκλήσεις στην ακρίβεια**: Επειδή χειρίζεται ανακριβή δεδομένα, μπορεί να έχει ενίοτε μειωμένη ορθότητα στην απόδοση.

Ασαφής Έλεγχος (Fuzzy Control)

- Σχεδιάζει συστήματα λήψης αποφάσεων βασιζόμενος όχι σε ακριβείς τιμές δεδομένων αλλά σε προσεγγιστικές τιμές
- Παράγει αποδεκτά αποτελέσματα που είναι χρηστικά, ακόμα και αν δεν είναι απόλυτα ακριβή.
- Προσομοιώνει την ευελιξία της ανθρώπινης λήψης αποφάσεων και μπορεί να ανταπεξέλθει σε πολύπλοκα, μη αναμενόμενα περιβάλλοντα

Boolean Logic vs Fuzzy Logic

Concept	**Boolean Logic**	**Fuzzy Logic**
Values	0 or 1	Any value between 0 and 1
Truth	Absolute	Partial
Useful For	Exact systems	Real-world uncertain systems
Example	Hot or Not Hot	Slightly Hot, Warm, Very Hot

Εφαρμογές Ασαφούς Λογικής

- **Αεροναυπηγική**: Η ασαφής λογική χρησιμοποιείται για τα συστήματα ελέγχου (τροχιάς, ύψους) αεροσκαφών και δορυφόρων.
- **Αυτοκίνηση**: Εφαρμόζεται σε συστήματα ελέγχου ταχύτητας και διαχείρισης της κυκλοφορίας.
- **Βιομηχανία**: Πχ, χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του pH στη χημική βιομηχανία, ή στις συσκευές κλιματισμού.
- **Τεχνητή Νοημοσύνη:** Χρησιμοποιείται πχ στην Γλωσσική Τεχνολογία για την παραγωγή και την κατανόηση λόγου, που διέπεται από την φύση του από αμφισημία, εξάρτηση από τα συμφραζόμενα και συχνά ανακριβή δεδομένα
- **Control Systems**: Ενσωματώνεται σε πολλά συστήματα ελέγχου, έμπειρα συστήματα και συστήματα ρομποτικής.

Αβεβαιότητα vs Ασάφεια

- Οι **παράγοντες βεβαιότητας (Certainty Factors - CF)** και οι **συναρτήσεις συμμετοχής (Membership Functions - MF)** είναι δύο διαφορετικές μαθηματικές προσεγγίσεις για τη διαχείριση αβεβαιότητας και ασάφειας σε ευφυή συστήματα, με βασική διαφορά το **είδος της αβεβαιότητας** που μοντελοποιούν και τον **τρόπο μέτρησής** τους.
- Οι Παράγοντες Βεβαιότητας λένε «πόσο σίγουροι είμαστε» (πιθανολογική προσέγγιση), ενώ
- οι Συναρτήσεις Συμμετοχής λένε «πόσο πολύ ανήκει κάτι σε μια έννοια» (ασαφής προσέγγιση)