



# Διδακτικής της Πληροφορικής

## Διδακτικές Προσεγγίσεις σε ζητήματα Αλγοριθμικής & Προγραμματισμού Ταξινόμηση

Σπυρίδων Δουκάκης  
sdoukakis@ionio.gr

Να εξηγήσετε σε μία ομάδα μαθητών **τον τρόπο που λειτουργεί** ο αλγόριθμος της ταξινόμησης με τη μέθοδο της φυσαλίδας.

Για  $i$  από 2 μέχρι  $N$

    Για  $j$  από  $N$  μέχρι  $i$  με\_βήμα  $-1$

        Αν  $p[j] < p[j - 1]$  τότε

            Αντιμετάθεσε  $p[j - 1], p[j]$

        Τέλος\_αν

    Τέλος\_επανάληψης

Τέλος\_επανάληψης



Διδακτική προσέγγιση  
του αλγορίθμου της  
ταξινόμησης με τη  
μέθοδο της φουσαλίδας

---

# Περιεχόμενα



- 1 Ταξινόμηση των στοιχείων ενός πίνακα
- 2 Ταξινόμηση ευθείας ανταλλαγής ή φουσαλίδας
- 3 Δομή ακολουθίας, επιλογής και επανάληψης
- 4 Πίνακες
- 5 Βελτιώσεις

# Εισαγωγή



# Εισαγωγή



Ο αλγόριθμος της ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής ή ταξινόμησης φουσαλίδας εμφανίζεται στα μέσα του προηγούμενου αιώνα στην βιβλιογραφία (Astrachan, 2003).

Ο αλγόριθμος έχει προκαλέσει δυσκολίες στη μάθηση μαθητών/ριών και πρωτοετών φοιτητών/ριών, αλλά παρόλα αυτά εισάγεται απευθείας στη σχολική γνώση χωρίς να αποτελεί κατασκευή των ίδιων των μαθητών/ριών (Kordaki et al., 2008).

# Εισαγωγή



Οι δυσκολίες αυτές, έχουν οδηγήσει σε επαναπροσδιορισμό του τρόπου διδασκαλίας του.

Έτσι, έχει προταθεί ως τεχνική διδασκαλίας το παιχνίδι ρόλων, αλλά και η οπτικοποίηση του αλγορίθμου σε κατάλληλο περιβάλλον.

# Εισαγωγή



- Πώς διδάσκεται η ταξινόμηση και ειδικότερα η ταξινόμηση φυσαλίδας;
- Πώς είναι καλύτερα να διδάσκεται η ταξινόμηση και ειδικότερα η ταξινόμηση φυσαλίδας;
- Μπορεί να αποτελέσει κατασκευή των μαθητών/ριών;
- Ποιες είναι οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών/ριών;
- Ποιες είναι οι προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών/ριών;



# Πρόταση διδασκαλίας



Η μέθοδος της ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής ή ταξινόμησης φυσαλίδας βασίζεται στην αρχή της σύγκρισης και ανταλλαγής ζευγών γειτονικών στοιχείων, μέχρις ότου διαταχθούν όλα τα στοιχεία.

# Πρόταση διδασκαλίας



...«τοποθετούνται τα μεγαλύτερα στοιχεία στο τέλος του πίνακα» (Knuth, 1998; Sahni, 2004), ή

...«τα μικρότερα στοιχεία ανεβαίνουν σαν φυσαλίδες στην αρχή του πίνακα» (Chang, 2003). Η δεύτερη προσέγγιση συνάδει με την περιγραφή του αλγορίθμου στο μάθημα ΑΕΠΠ (Βακάλη κ.α., 2010) και αξιοποιείται στην παρουσίαση που ακολουθεί.

# Σκαλωσιά Μάθησης



Διδακτική Προσέγγιση



# Σκαλωσιά Μάθησης



Ακολουθία

Επιλογή

Επανάληψη

Πίνακες

Ταξινόμηση  
Φυσαλίδας

# Ακολουθία

ΔΡ1

Να αναπτύξετε τμήμα αλγορίθμου το οποίο θα διαβάζει τις τιμές δύο μεταβλητών ίδιου τύπου, θα αντιμεταθέτει το περιεχόμενό τους και θα εκτυπώνει τις τιμές τους.

A1

Διάβασε  $\alpha$ ,  $\beta$   
Αντιμετάθεσε  $\alpha$ ,  $\beta$   
Εκτύπωσε  $\alpha$ ,  $\beta$

# Επιλογή

ΔΡ2

Να αναπτύξετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένες τις τιμές δύο μεταβλητών  $\alpha$ ,  $\beta$  ίδιου τύπου, θα πραγματοποιεί τις απαραίτητες ενέργειες ώστε η μεταβλητή  $\alpha$  να έχει την μικρότερη τιμή και η μεταβλητή  $\beta$  την άλλη.

A2

Αλγόριθμος A2  
Δεδομένα //  $\alpha$ ,  $\beta$  //  
Αν  $\beta < \alpha$  τότε  
    Αντιμετάθεσε  $\alpha$ ,  $\beta$   
Τέλος\_αν  
Αποτελέσματα //  $\alpha$ ,  $\beta$  //  
Τέλος A2

# Επανάληψη

ΔΡ3

Να αναπτύξετε τμήμα αλγορίθμου το οποίο θα διαβάζει τις τιμές 50 ζευγών μεταβλητών ίδιου τύπου, θα αντιμεταθέτει το περιεχόμενό τους και θα εκτυπώνει τις τιμές τους.

A3

Για  $i$  από 1 μέχρι 50  
Διάβασε  $a, b$   
Αντιμετάθεσε  $a, b$   
Εκτύπωσε  $a, b$   
Τέλος\_επανάληψης

A3

Για  $i$  από 2 μέχρι 51  
Διάβασε  $a, b$   
Αντιμετάθεσε  $a, b$   
Εκτύπωσε  $a, b$   
Τέλος\_επανάληψης

# Πίνακες

ΔΡ4

Να αναπτύξετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο έναν πίνακα με 2 στοιχεία, θα πραγματοποιεί τις απαραίτητες ενέργειες έτσι ώστε να τοποθετεί στην πρώτη θέση του πίνακα το μικρότερο στοιχείο.

ΔΡ4

## Παραδοχή

Ξεκινάμε τις συγκρίσεις από το τελευταίο στοιχείο του πίνακα και μετακινούμαστε προς την κορυφή...



# Πίνακες

ΔΡ4

Να αναπτύξετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο έναν πίνακα με 2 στοιχεία, θα πραγματοποιεί τις απαραίτητες ενέργειες έτσι ώστε να τοποθετεί στην πρώτη θέση του πίνακα το μικρότερο στοιχείο.

A4

Αλγόριθμος ΤΣ1  
Δεδομένα // Π //  
Αν  $\Pi[2] < \Pi[1]$  τότε  
    Αντιμετάθεσε  $\Pi[1], \Pi[2]$   
Τέλος\_αν  
Αποτελέσματα // Π //  
Τέλος ΤΣ1

ΔΡ5

Δίνεται πίνακας με στοιχεία 19, 16, 12. Να αναπτύξετε αλγόριθμο ο οποίος, θα πραγματοποιεί τις απαραίτητες ενέργειες έτσι ώστε να τοποθετεί στην πρώτη θέση του πίνακα το μικρότερο στοιχείο. Τα στοιχεία να συγκρίνονται ανά δύο.

## Πίνακες

Με σχεδιασμό του πίνακα και διερεύνηση αναδεικνύεται ότι: Οι συγκρίσεις ξεκινούν από το τελευταίο στοιχείο του πίνακα, ώστε να τοποθετηθεί στην πρώτη θέση του πίνακα το μικρότερο στοιχείο.

# Πίνακες

A5

**Αλγόριθμος A5**

$\Pi[1] \leftarrow 19$

$\Pi[2] \leftarrow 16$

$\Pi[3] \leftarrow 12$

**Αν  $\Pi[3] < \Pi[2]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[2]$ ,  $\Pi[3]$**

**Αν  $\Pi[2] < \Pi[1]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[1]$ ,  $\Pi[2]$**

**Αποτελέσματα //  $\Pi$  //**

**Τέλος A5**

# Πίνακες

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να επαναληφθεί για έναν πίνακα με 4 και 5 στοιχεία αντίστοιχα.

...οι μαθητές θα μπορούσαν να προσδιορίσουν ότι απαιτείται η προσθήκη μίας ακόμα εντολής Αν, σε σχέση με τον προηγούμενο αλγόριθμο και να καταλήξουν μετά από διερεύνηση στον κατάλληλο αλγόριθμο.

# Πίνακες

A5B

**Αλγόριθμος A5B**

**Δεδομένα // Π //**

**Αν  $\Pi[5] < \Pi[4]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[4]$ ,  $\Pi[5]$**

**Αν  $\Pi[4] < \Pi[3]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[3]$ ,  $\Pi[4]$**

**Αν  $\Pi[3] < \Pi[2]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[2]$ ,  $\Pi[3]$**

**Αν  $\Pi[2] < \Pi[1]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[1]$ ,  $\Pi[2]$**

**Αποτελέσματα // Π //**

**Τέλος A5B**

# Πίνακες

Η δραστηριότητα δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να γενικεύσουν τον αλγόριθμο. Οι μαθητές πιθανώς να προσδιορίσουν ότι η εντολή Αν επαναλαμβάνεται συγκεκριμένο αριθμό φορών ξεκινώντας από το τελευταίο στοιχείο προς το πρώτο με συνέπεια να αξιοποιήσουν την εντολή επανάληψης για να αναπτύξουν τον αλγόριθμο.

# Πίνακες

A6

**Αλγόριθμος A6**

**Δεδομένα // Π //**

**Για j από 5 μέχρι 2 με\_βήμα -1**

**Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Αποτελέσματα // Π //**

**Τέλος A6**

# Πίνακες

**Σε αυτό το σημείο, η ένταξη άσκησης εικονικής εκτέλεσης του αλγορίθμου, μπορεί να αποτελέσει ιδιαίτερα σημαντική δραστηριότητα για τους μαθητές.**



# Πίνακες

ΔΡ7

Δίνεται πίνακας  $\Pi$ . Αν ο προηγούμενος αλγόριθμος, επαναληφθεί 2 φορές, τι πιστεύετε ότι θα συμβεί; Πόσες φορές χρειάζεται να γίνει η παραπάνω διαδικασία για να διαταχθούν όλα τα στοιχεία;

A7

Αλγόριθμος A7  
Δεδομένα //  $\Pi$  //  
Για  $i$  από 1 μέχρι 2  
  Για  $j$  από 5 μέχρι 2 με\_βήμα -1  
    Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε  
      Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$   
  Τέλος\_αν  
Τέλος\_επανάληψης  
Τέλος\_επανάληψης  
Τέλος A7

# Βελτίωση I

A7

Δεδομένα // Π //  
Για i από 1 μέχρι 4  
  Για j από 5 μέχρι 2 με\_β  
    Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε  
      Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$   
  Τέλος\_αν  
Τέλος\_επανάληψης  
Τέλος\_επανάληψης  
Αποτελέσματα // Π //

A7

Δεδομένα // Π //  
Για i από 2 μέχρι 5  
  Για j από 5 μέχρι 2 με\_βήμα -1  
    Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε  
      Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$   
  Τέλος\_αν  
Τέλος\_επανάληψης  
Τέλος\_επανάληψης  
Αποτελέσματα // Π //

**Οι μαθητές παροτρύνονται να εκτελέσουν εικονικά τον αλγόριθμο ώστε να αναγνωρίσουν ότι μετά την ολοκλήρωση της εσωτερικής εντολής επανάληψης (δηλαδή από το πρώτο πέρασμα) το μικρότερο στοιχείο τοποθετήθηκε στην κορυφή και στη συνέχεια να υποστηρίξουν ότι είναι περιττός ο έλεγχος του πρώτου στοιχείου με τα υπόλοιπα στα επόμενα περάσματα. Ομοίως να προσδιορίσουν ότι στο δεύτερο πέρασμα...**

Πιο συγκεκριμένα, η εσωτερική επανάληψη δε χρειάζεται να εκτελείται πάντα 4 φορές (από 5 μέχρι 2 με βήμα -1), αλλά το πλήθος των επαναλήψεων να καθορίζεται από το πόσα στοιχεία έχουν ήδη ταξινομηθεί.

Έτσι, στην περίπτωση του πίνακα 5 στοιχείων:  
την πρώτη φορά ( $i = 2$ ) η εσωτερική επανάληψη  
χρειάζεται να εκτελεστεί 4 φορές,  
Τη δεύτερη φορά ( $i = 3$ ) χρειάζεται να εκτελεστεί 3 φορές.  
Την τρίτη φορά ( $i = 4$ ) χρειάζεται να εκτελεστεί 2 φορές  
Την τέταρτη φορά ( $i = 5$ ) χρειάζεται να εκτελεστεί 1 φορά.  
Με τη χρήση του δείκτη της εξωτερικής επανάληψης ( $i$ )  
μπορεί να επιτευχθεί η εξάλειψη των περιττών  
περασμάτων, όπως φαίνεται στον αλγόριθμο  
Ταξινόμηση5. Η μεταβλητή  $i$  αποτελεί την τελική τιμή της  
εσωτερικής επανάληψης.

# Βελτίωση II

A8

**Αλγόριθμος A8**

**Δεδομένα // Π //**

**Για i από 2 μέχρι 5**

**Για j από 5 μέχρι i με\_βήματα**

**Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε**

**Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Αποτελέσματα // Π //**

**Τέλος A8**

A8

**Δεδομένα // Π, N //**

**Για i από 2 μέχρι N**

**Για j από N μέχρι i με\_βήματα -1**

**Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 1]$  τότε**

**Αντιμετάθεσε  $\Pi[j - 1], \Pi[j]$**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Αποτελέσματα // Π //**

**...είναι χρήσιμο να προσδιορίσουν οι μαθητές τον τρόπο υλοποίησης του αλγορίθμου της ταξινόμησης των στοιχείων του πίνακα κατά φθίνουσα διάταξη, αλλά και να συσχετίζουν τον αλγόριθμο της ταξινόμησης φυσαλίδας με τον αλγόριθμο ταξινόμησης που τοποθετεί τη σωστή τιμή (μικρότερη ή μεγαλύτερη) στην τελευταία θέση του πίνακα...**

A9

**Αλγόριθμος A9**

**Δεδομένα // Π, N //**

**Για i από 1 μέχρι N - 1**

**Για j από 1 μέχρι N - i**

**Αν  $\Pi[j + 1] > \Pi[j]$  τότε**

**Αντιμετάθεσε  $\Pi[j], \Pi[j + 1]$**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Αποτελέσματα // Π //**

**Τέλος A9**



**Ένα από τα πλεονεκτήματα του συγκεκριμένου αλγορίθμου είναι οι δυνατότητες βελτίωσής του και παραλλαγής, με αποτέλεσμα να κρίνεται ως αλγόριθμος που προσφέρει σημαντικά μαθησιακά οφέλη...  
Δύο βελτιώσεις περιέχονται στο διδακτικό πακέτο.**

**ΔΡ10**

**Δραστηριότητα τετραδίου μαθητή:**

**Ο αλγόριθμος της φουσαλίδας όπως διατυπώθηκε έχει το μειονέκτημα ότι δεν είναι αρκετά «έξυπνος» ώστε να διαπιστώνει στην αρχή ή στο μέσο της διαδικασίας αν ο πίνακας είναι ταξινομημένος. Να βελτιώσετε τον σχετικό αλγόριθμο.**

**Θέμα όπως των εξετάσεων του ημερησίου λυκείου για το σχολικό έτος 2009-2010.**

A10

**Αλγόριθμος A10**

**Δεδομένα //  $\Pi$ , N //**

**Αρχή\_επανάληψης**

**EA ← Ψευδής**

**Για i από 1 μέχρι N - 1**

**Αν  $\Pi[i + 1] < \Pi[i]$  τότε**

**Αντιμετάθεσε  $\Pi[i + 1]$ ,  $\Pi[i]$**

**EA ← Αληθής**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Μέχρις\_ότου EA = Ψευδής**

**Αποτελέσματα //  $\Pi$  //**

**Τέλος A10**

A10

**Δεδομένα // Π, N //**

**$N1 \leftarrow N$**

**Αρχή\_επανάληψης**

**$\Theta \leftarrow 0$**

**Για  $i$  από 1 μέχρι  $N1 - 1$**

**Αν  $\Pi[i+1] < \Pi[i]$  τότε**

**Αντιμετάθεσε  $\Pi[i + 1]$ ,  $\Pi[i]$**

**$\Theta \leftarrow i$**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**$N1 \leftarrow \Theta$**

**Μέχρις\_ότου  $\Theta = 0$**

**Αποτελέσματα // Π //**

## ΔΡ10

Να αναπτύξετε τμήμα αλγορίθμου το οποίο με δεδομένο έναν πίνακα ΕΠ με  $N$  επώνυμα στο λατινικό αλφάβητο θα υπολογίζει πόσα επώνυμα ξεκινούν από  $A$ .

Στη συνέχεια θα ταξινομεί κατά αύξουσα σειρά μόνο τα επώνυμα που ξεκινούν από  $A$ . Τέλος θα επιστρέφει τον πίνακα ΕΠ.

Υπόδειξη: Τα επώνυμα που ξεκινούν από  $A$  θα τοποθετούνται σε σειρά από την πρώτη θέση του πίνακα.

A10

**Δεδομένα // ΕΠ, N //**

**πλ ← 0**

**Για i από 1 μέχρι N**

**Αν ΕΠ[i] ≥ "Α" και ΕΠ[i] < "Β" τότε πλ ← πλ + 1**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Για i από 2 μέχρι πλ + 1**

**Για j από N μέχρι i με\_βήμα -1**

**Αν ΕΠ[j - 1] > ΕΠ[j] τότε**

**Αντιμετάθεσε ΕΠ[j - 1], ΕΠ[j]**

**Τέλος\_αν**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Τέλος\_επανάληψης**

**Αποτελέσματα // ΕΠ, N //**

ΔΡ11

Δίνεται πίνακας  $\Pi$  με  $N$  αριθμητικές τιμές. Να αναπτύξετε τμήμα αλγορίθμου το οποίο θα ταξινομεί κατά αύξουσα σειρά, με τη μέθοδο της φουσαλίδας, τα στοιχεία του πίνακα που βρίσκονται στις άρτιες θέσεις του.

A11

Δεδομένα // Π, N //

Για i από 4 μέχρι N με\_βήμα 2

    Για j από  $2 \cdot (N \text{ div } 2)$  μέχρι i με\_βήμα -2

        Αν  $\Pi[j] < \Pi[j - 2]$  τότε

            Αντιμετάθεσε  $\Pi[j], \Pi[j - 2]$

        Τέλος\_αν

    Τέλος\_επανάληψης

Τέλος\_επανάληψης

Αποτελέσματα // Π //



# Συμπεράσματα I

Ο αλγόριθμος ταξινόμησης φυσαλίδας, αποτελεί έναν αλγόριθμο που διδάσκεται διαχρονικά στην εκπαίδευση. Παρότι έχουν δημοσιευτεί εργασίες που θεωρούν τον αλγόριθμο απαρχαιωμένο (Astrachan, 2003; Nieminen, 2005), ο αλγόριθμος επιδέχεται παραλλαγές και βελτιώσεις, με αποτέλεσμα η διδασκαλία του να προσφέρει μαθησιακά οφέλη.

# Συμπεράσματα II

Επιπλέον,

- η σχεδίαση και η υλοποίηση εκπαιδευτικού-διδασκαλικού σεναρίου (Γρηγοριάδου κ.α., 2010) &
- η αξιοποίηση ψηφιακών τεχνολογιών στο πλαίσιο διδασκαλίας του αλγορίθμου,

φαίνεται να έχει πρόσθετη διδακτική αξία στα ζητήματα της εικονικής εκτέλεσής του (Kordaki et al., 2008) και της υλοποίησης παραλλαγών και τροποποιήσεων με στόχο να ταξινομείται ο πίνακας.