



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Αποθήκευση δεδομένων

Όπως εξηγήσαμε στο Κεφάλαιο 1, ο υπολογιστής είναι μια προγραμματιζόμενη μηχανή επεξεργασίας δεδομένων. Πριν όμως ασχοληθούμε με την επεξεργασία των δεδομένων, πρέπει πρώτα να κατανοήσουμε τη φύση τους. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφουμε τους διάφορους τύπους δεδομένων και τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται στο εσωτερικό του υπολογιστή. Στο Κεφάλαιο 4, θα δείξουμε πώς γίνεται ο χειρισμός των δεδομένων στον υπολογιστή.

Στόχοι του κεφαλαίου

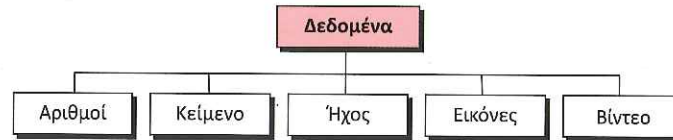
Μετά την ολοκλήρωση αυτού του κεφαλαίου, ο σπουδαστής θα είναι σε θέση:

- ❑ Να αναγνωρίζει τους πέντε τύπους δεδομένων που χρησιμοποιούνται σε έναν υπολογιστή.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται διαφορετικά δεδομένα στον υπολογιστή ως σχήματα bit.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται οι ακέραιοι στον υπολογιστή σε μη προσημασμένη μορφή.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται οι ακέραιοι στον υπολογιστή σε μορφή προσήμου και μεγέθους.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται οι ακέραιοι στον υπολογιστή σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο αποθηκεύονται οι πραγματικοί αριθμοί στον υπολογιστή σε μορφή κινητής υποδιαστολής.
- ❑ Να περιγράφει πώς αποθηκεύεται το κείμενο σε έναν υπολογιστή με διάφορα συστήματα κωδικοποίησης.
- ❑ Να περιγράφει πώς αποθηκεύεται ο ήχος σε έναν υπολογιστή με δειγματοληψία, κβάντωση, και κωδικοποίηση.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο αποθήκευσης εικόνων σε έναν υπολογιστή με συνδυασμούς ράστερ και διανυσματικών γραφικών.
- ❑ Να περιγράφει τον τρόπο αποθήκευσης βίντεο σε έναν υπολογιστή ως αναπαράσταση εικόνων που μεταβάλλονται με τον χρόνο.

3.1 ΤΥΠΟΙ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Τα δεδομένα σήμερα υπάρχουν σε διάφορες μορφές, μεταξύ άλλων: αριθμοί, κείμενο, ήχος, εικόνες, και βίντεο (Εικόνα 3.1).

Εικόνα 3.1 Διάφοροι τύποι δεδομένων



Πρέπει λοιπόν να έχουμε τη δυνατότητα να επεξεργαζόμαστε όλους αυτούς τους διαφορετικούς τύπους δεδομένων.

- ❑ Ένα πρόγραμμα μηχανολογικού σχεδιασμού χρησιμοποιεί τον υπολογιστή κυρίως για επεξεργασία αριθμών: για αριθμητικές πράξεις, για την επίλυση αλγεβρικών ή τριγωνομετρικών εξισώσεων, για την εύρεση των λύσεων μιας διαφορικής εξίσωσης, κ.λπ.
- ❑ Από την άλλη πλευρά, ένα πρόγραμμα επεξεργασίας κειμένου χρησιμοποιεί τον υπολογιστή κυρίως για εργασίες με κείμενο: στοίχιση, μετακίνηση, διαγραφή, κ.ο.κ.
- ❑ Ο υπολογιστής χειρίζεται επίσης δεδομένα ήχου. Στον υπολογιστή μας μπορούμε να παίζουμε μουσική και να καταγράφουμε ήχο με τη μορφή δεδομένων.
- ❑ Ένα πρόγραμμα επεξεργασίας εικόνων χρησιμοποιεί τον υπολογιστή για τον χειρισμό εικόνων: δημιουργία, σμίκρυνση, μεγέθυνση, περιστροφή, κ.λπ.
- ❑ Τέλος, οι υπολογιστές δεν χρησιμοποιούνται μόνο για την προβολή ταινιών, αλλά και για τη δημιουργία των ειδικών εφέ που βλέπουμε στις ταινίες.

Για τον ορισμό των πληροφοριών που περιέχουν αριθμούς, κείμενο, εικόνες, ήχο, και βίντεο, η βιομηχανία των υπολογιστών χρησιμοποιεί τον όρο «πολυμέσα» (multimedia).

3.1.1 Τα δεδομένα στο εσωτερικό του υπολογιστή

Όλοι οι τύποι δεδομένων μετατρέπονται σε μια ενιαία αναπαράσταση όταν αποθηκεύονται στον υπολογιστή, και ξαναπαίρνουν την αρχική τους μορφή όταν ανακτώνται από αυτόν. Αυτή η καθολική αναπαράσταση ονομάζεται *σχήμα bit*, και θα την περιγράψουμε στη συνέχεια.

Bit

Ένα **bit** (binary digit, δυαδικό ψηφίο) είναι η μικρότερη μονάδα δεδομένων που μπορεί να αποθηκευτεί σε έναν υπολογιστή και έχει την τιμή 0 ή 1. Κάθε bit αντιπροσωπεύει μία από τις δύο καταστάσεις στην οποία μπορεί να βρεθεί μια συσκευή. Για παράδειγμα, ένας διακόπτης μπορεί να είναι είτε ανοιχτός (on) είτε κλειστός (off). Άρα καθιερώνουμε την εξής σύμβαση: Η κατάσταση «on» θα αναπαρίσταται με 1 και η κατάσταση «off» με 0. Έτσι, σε έναν διακόπτη μπορεί να αποθηκευτεί ένα bit πληροφορίας. Σήμερα οι υπολογιστές χρησιμοποιούν διάφορες συσκευές δύο καταστάσεων για την αποθήκευση δεδομένων.

Σχήματα bit

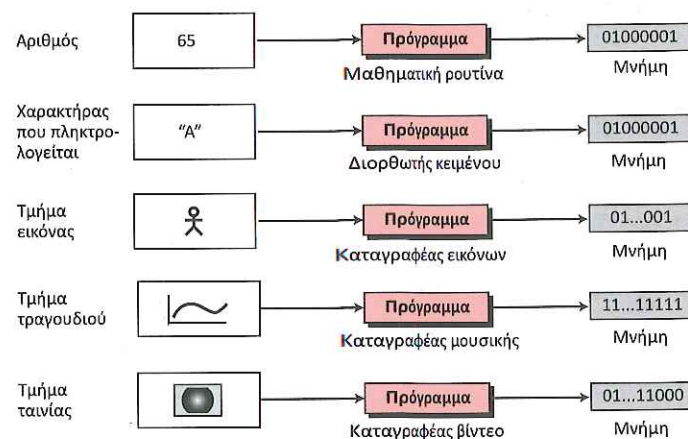
Για την αναπαράσταση των διάφορων τύπων δεδομένων χρησιμοποιούμε **σχήματα bit** (bit patterns), δηλαδή ακολουθίες ή, όπως μερικές φορές ονομάζονται, **συμβολοσειρές bit**. Στην Εικόνα 3.2 παρουσιάζεται ένα σχήμα bit που αποτελείται από δεκαέξι bit. Πρόκειται για έναν συνδυασμό από δεκαέξι μηδενικά (0) και άσσους (1). Αυτό σημαίνει ότι αν θέλουμε να αποθηκεύσουμε ένα σχήμα bit που αποτελείται από 16 bit, χρειαζόμαστε 16 ηλεκτρονικούς διακόπτες. Αν θέλουμε να αποθηκεύσουμε 1.000 σχήματα bit, καθένα από τα οποία έχει 16 bit, χρειαζόμαστε 16.000 διακόπτες, κ.ο.κ. Παραδοσιακά, ένα σχήμα bit με μήκος οκτώ bit ονομάζεται **byte**. Σε ορισμένες περιπτώσεις, για την αναφορά σε μεγαλύτερα σχήματα bit χρησιμοποιείται ο όρος **λέξη** (word).

Εικόνα 3.2 Ένα σχήμα bit

1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 1 1 1

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.3, ένα τμήμα δεδομένων που ανήκει σε διαφορετικούς τύπους δεδομένων μπορεί να αποθηκευτεί στη μνήμη ως **το ίδιο σχήμα**.

Εικόνα 3.3 Αποθήκευση διαφορετικών τύπων δεδομένων



Αν χρησιμοποιούμε έναν διορθωτή κειμένου (πρόγραμμα επεξεργασίας κειμένου), ο χαρακτήρας A που καταχωρίζεται με το πληκτρολόγιο μπορεί να αποθηκευτεί ως σχήμα 8 bit με τη μορφή 01000001. Όμως, όταν χρησιμοποιούμε μια μαθηματική ρουτίνα, το ίδιο σχήμα 8 bit μπορεί να αναπαραστήσει τον αριθμό 65. Παρόμοια, το ίδιο σχήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση ενός τμήματος εικόνας, τραγουδιού, ή ταινίας. Όλα αυτά αποθηκεύονται στη μνήμη του υπολογιστή χωρίς αυτός να γνωρίζει τον τύπο των δεδομένων που αναπαριστούν.

3.1.2 Συμπίεση δεδομένων

Για να καταλαμβάνουν λιγότερο χώρο μνήμης, τα δεδομένα συνήθως συμπιέζονται πριν αποθηκευτούν στον υπολογιστή. Η συμπίεση δεδομένων είναι ένα ευρύ και περίπλοκο θέμα, και γι' αυτόν τον λόγο έχουμε αφιερώσει ολόκληρο το Κεφάλαιο 15 στο συγκεκριμένο ζήτημα.

Η συμπίεση δεδομένων περιγράφεται στο Κεφάλαιο 15.

3.1.3 Εντοπισμός και διόρθωση σφαλμάτων

Ένα άλλο ζήτημα το οποίο σχετίζεται με τα δεδομένα είναι ο εντοπισμός και η διόρθωση σφαλμάτων που προκύπτουν κατά τη μετάδοση ή την αποθήκευσή τους. Το θέμα αυτό περιγράφεται συνοπτικά στο Παράρτημα Η.

Ο εντοπισμός και η διόρθωση σφαλμάτων περιγράφονται στο Παράρτημα Η.

3.2 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

Προτού οι αριθμοί αποθηκευτούν στη μνήμη του υπολογιστή, μετατρέπονται στο δυαδικό σύστημα, όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 2. Ωστόσο, υπάρχουν δύο ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν:

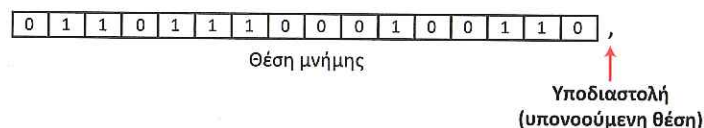
1. Πώς αποθηκεύεται το πρόσημο του αριθμού.
2. Πώς αναπαρίσταται η υποδιαστολή.

Για τον χειρισμό του προσήμου υπάρχουν αρκετοί τρόποι, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου. Όσον αφορά την υποδιαστολή, οι υπολογιστές χρησιμοποιούν δύο διαφορετικές αναπαραστάσεις: τη μορφή σταθερής υποδιαστολής (fixed-point) και τη μορφή κινητής υποδιαστολής (floating-point). Η πρώτη χρησιμοποιείται για την αποθήκευση αριθμών ως ακεραίων, χωρίς κλασματικό μέρος, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιείται για την αποθήκευση αριθμών ως πραγματικών, με κλασματικό μέρος.

3.2.1 Αποθήκευση ακεραίων

Οι ακέραιοι (integers) είναι ολόκληροι αριθμοί (δηλαδή αριθμοί χωρίς κλασματικό μέρος). Για παράδειγμα, οι αριθμοί 134 και -125 είναι ακέραιοι, ενώ οι 134,23 και $-0,235$ δεν είναι. Ως ακέραιος μπορεί να θεωρηθεί ο αριθμός στον οποίο η θέση της υποδιαστολής είναι σταθερή: Βρίσκεται στα δεξιά του λιγότερο σημαντικού bit (του δεξιότερου). Γι' αυτόν τον λόγο, για την αποθήκευση ακεραίων χρησιμοποιείται η **αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής**, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.4. Σε αυτή τη μορφή αναπαράστασης η υποδιαστολή υπονοείται, αλλά δεν αποθηκεύεται.

Εικόνα 3.4 Αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής ακεραίων



Ωστόσο, ένας χρήστης (ή ένα πρόγραμμα) μπορεί να αποθηκεύσει έναν ακέραιο ως πραγματικό προσθέτοντας ως κλασματικό μέρος το μηδέν. Κάτι τέτοιο μπορεί να συμβεί αν, για παράδειγμα, ένας ακέραιος είναι υπερβολικά μεγάλος για να αποθηκευτεί στο μέγεθος που έχει οριστεί για τους ακεραίους. Για την αποδοτικότερη χρήση της μνήμης του υπολογιστή, οι προσημασμένοι και μη προσημασμένοι ακέραιοι αποθηκεύονται στον υπολογιστή με διαφορετικό τρόπο.

Οι ακέραιοι συνήθως αποθηκεύονται στη μνήμη με αναπαραστάσεις σταθερής υποδιαστολής.

Μη προσημασμένες αναπαράστασεις

Ένας μη προσημασμένος ακέραιος είναι ένας ακέραιος που δεν μπορεί ποτέ να είναι αρνητικός και δέχεται μόνο θετικές τιμές ή το 0. Το διάστημα τιμών είναι μεταξύ 0 και του θετικού άπειρου. Ωστόσο, επειδή δεν υπάρχει υπολογιστής που να μπορεί να αναπαραστήσει όλους τους ακέραιους σε αυτό το διάστημα τιμών, οι περισσότεροι υπολογιστές ορίζουν μια σταθερά που ονομάζεται μέγιστος μη προσημασμένος ακέραιος, η οποία έχει την τιμή $(2^n - 1)$ όπου n είναι το πλήθος των bit που δεσμεύονται για την αναπαράσταση ενός μη προσημασμένου ακεραίου.

Αποθήκευση μη προσημασμένων ακεραίων

Μια συσκευή εισόδου αποθηκεύει μη προσημασμένους ακεραίους ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Ο ακέραιος μετατρέπεται στο δυαδικό σύστημα.
2. Αν το πλήθος των bit είναι μικρότερο από n , τότε στα αριστερά του δυαδικού ακεραίου προστίθενται μηδενικά ώστε συνολικά να υπάρχουν n bit. Αν όμως το πλήθος των ψηφίων είναι μεγαλύτερο από n , τότε ο ακέραιος δεν μπορεί να αποθηκευτεί. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει μια κατάσταση γνωστή ως *υπερχείλιση*, την οποία θα περιγράψουμε αργότερα.

Παράδειγμα 3.1

Να αποθηκεύσετε τον αριθμό 7 σε μια θέση μνήμης 8 bit χρησιμοποιώντας μη προσημασμένη αναπαράσταση.

Λύση

Πρώτα μετατρέπουμε τον ακέραιο σε δυαδικό, $(111)_2$. Έπειτα, προσθέτουμε πέντε μηδενικά (0) ώστε να έχουμε συνολικά οκτώ bit, δηλαδή $(0000111)_2$. Ο ακέραιος τώρα αποθηκεύεται στη θέση μνήμης. Για να δοθεί έμφαση στο γεγονός πως ο ακέραιος είναι δυαδικός, χρησιμοποιείται ο δείκτης 2, ο οποίος όμως δεν αποθηκεύεται στον υπολογιστή.

Μετατρέπουμε το 7 σε δυαδικό αριθμό	→	1 1 1
Προσθέτουμε πέντε bit στα αριστερά	→	0 0 0 0 0 1 1 1

Παράδειγμα 3.2

Να αποθηκεύσετε τον αριθμό 258 σε μια θέση μνήμης 16 bit.

Λύση

Πρώτα μετατρέπουμε τον ακέραιο σε δυαδικό, $(10000010)_2$. Έπειτα προσθέτουμε επτά μηδενικά (0) ώστε συνολικά να έχουμε δεκαέξι bit, δηλαδή $(00000010000010)_2$. Ο ακέραιος τώρα αποθηκεύεται στη θέση μνήμης.

Μετατρέπουμε το 258 σε δυαδικό αριθμό	→	1 0 0 0 0 0 0 1 0
Προσθέτουμε επτά bit στα αριστερά	→	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0

Ανάκτηση μη προσημασμένων ακεραίων

Μια συσκευή εξόδου ανακτά μια συμβολοσειρά bit από τη μνήμη ως σχήμα bit και τη μετατρέπει σε μη προσημασμένο δεκαδικό ακέραιο.

Παράδειγμα 3.3

Τι επιστρέφει μια συσκευή εξόδου όταν ανακτά τη συμβολοσειρά bit 00101011 από τη μνήμη ως μη προσημασμένο ακέραιο;

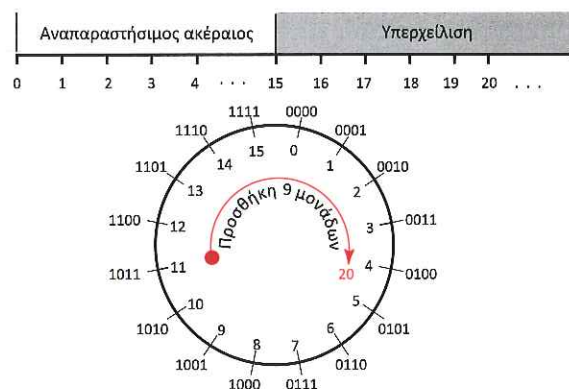
Λύση

Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2, μετατρέπουμε τον δυαδικό ακέραιο στον μη προσημασμένο ακέραιο 43.

Υπερχείλιση

Λόγω περιορισμών στο μέγεθος, δηλαδή στο πλήθος των δεσμευμένων bit, το εύρος των ακεραίων που μπορούν να αναπαρασταθούν είναι περιορισμένο. Έτσι, σε μια θέση μνήμης χωρητικότητας n bit μπορούμε να αποθηκεύσουμε έναν μη προσημασμένο ακέραιο μεταξύ 0 και $2^n - 1$. Στην Εικόνα 3.5 φαίνεται τι συμβαίνει αν προσπαθήσουμε να αποθηκεύσουμε έναν ακέραιο που είναι μεγαλύτερος από $2^4 - 1 = 15$ σε μια θέση μνήμης η οποία μπορεί να δεχθεί μόνο τέσσερα bit. Αυτή η κατάσταση, που ονομάζεται **υπερχείλιση**, προκύπτει όταν, για παράδειγμα, αποθηκεύσουμε τον ακέραιο 11 σε μια θέση μνήμης και μετά προσπαθήσουμε να προσθέσουμε στον ακέραιο το 9. Το ελάχιστο πλήθος bit που χρειαζόμαστε για την αναπαράσταση του δεκαδικού 20 είναι τα πέντε bit. Με άλλα λόγια, $20 = (10100)_2$, οπότε ο υπολογιστής παραλείπει το πιο αριστερό bit και διατηρεί μόνο τα τέσσερα δεξιότερα $(0100)_2$. Αυτό που προκαλεί έκπληξη είναι το γεγονός ότι ο νέος ακέραιος που τυπώνεται είναι το 4 και όχι το 20. Στην Εικόνα 3.5 εξηγείται ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό.

Εικόνα 3.5 Υπερχείλιση σε μη προσημασμένους ακραίους



Εφαρμογές μη προσημασμένων ακεραίων

Η αναπαράσταση των μη προσημασμένων ακεραίων μπορεί να βελτιώσει την αποδοτικότητα του αποθηκευτικού χώρου επειδή δεν είναι απαραίτητη η αποθήκευση του προσήμου των αριθμών. Αυτό σημαίνει ότι για την αποθήκευση ενός αριθμού μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλα τα δεσμευμένα bit. Η αναπαράσταση των μη προσημασμένων ακεραίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε οποιαδήποτε περίπτωση δεν χρειάζονται αρνητικοί αριθμοί. Ορισμένες τέτοιες περιπτώσεις είναι οι εξής:

- ❑ **Καταμέτρηση.** Όταν εκτελείται κάποια καταμέτρηση, δεν χρειάζονται αρνητικοί αριθμοί. Η καταμέτρηση ξεκινά από το 1 (ή και από το 0 κάποιες φορές) και αυξάνεται.
- ❑ **Διευθυνσιοδότηση.** Ορισμένα προγράμματα υπολογιστών αποθηκεύουν τη διεύθυνση μιας θέσης μνήμης σε μια άλλη θέση μνήμης. Οι διευθύνσεις είναι θετικοί αριθμοί, οι οποίοι ξεκινούν από το 0 (η πρώτη θέση μνήμης) και φτάνουν μέχρι τον ακέραιο που αντιπροσωπεύει τη συνολική χωρητικότητα της μνήμης. Και σε αυτή την περίπτωση δεν χρειάζονται αρνητικοί αριθμοί αφού η δουλειά μπορεί κάλλιστα να γίνει με μη προσημασμένους ακραίους.

- **Αποθήκευση άλλων τύπων δεδομένων.** Όπως θα δούμε στη συνέχεια, άλλοι τύποι δεδομένων (κείμενο, εικόνες, ήχος, και βίντεο) αποθηκεύονται ως σχήματα bit τα οποία μπορούν να ερμηνευτούν ως μη προσημασμένοι ακέραιοι.

Αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους

Παρόλο που η αναπαράσταση με τη μορφή προσήμου και μεγέθους (sign and magnitude representation) δεν χρησιμοποιείται συχνά για την αποθήκευση ακεραίων, χρησιμοποιείται για την αποθήκευση μέρους ενός πραγματικού αριθμού στον υπολογιστή, όπως θα δούμε στην επόμενη ενότητα. Γι' αυτό, σε αυτό το σημείο θα περιγράψουμε συνοπτικά αυτή τη μορφή. Με αυτή τη μέθοδο, το διαθέσιμο εύρος για μη προσημασμένους ακεραίους (0 έως $2^n - 1$) διαιρείται σε δύο ίσα υποδιαστήματα. Το πρώτο μισό αντιπροσωπεύει θετικούς ακεραίους, ενώ το δεύτερο μισό αρνητικούς ακεραίους. Για παράδειγμα, αν το n είναι 4, τότε το εύρος είναι 0000 έως 1111. Το εύρος αυτό χωρίζεται σε δύο μισά: 0000 έως 0111 και 1000 έως 1111 (Εικόνα 3.6). Κατόπιν, τα σχήματα bit αντιστοιχίζονται σε θετικούς και αρνητικούς ακεραίους. Παρατηρήστε ότι οι αρνητικοί αριθμοί εμφανίζονται στα δεξιά των θετικών αριθμών, το οποίο έρχεται σε αντίφαση με τον τρόπο που αντιλαμβανόμαστε τους θετικούς και αρνητικούς αριθμούς. Επίσης παρατηρήστε ότι έχουμε δύο μηδενικά: το θετικό μηδέν (0000) και το αρνητικό μηδέν (1000).

Εικόνα 3.6 Αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους

0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
0	1	2	3	4	5	6	7	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7

Η αποθήκευση ενός ακεραίου σε μορφή προσήμου και μεγέθους (sign and magnitude) απαιτεί ένα bit για την αναπαράσταση του προσήμου (0 για θετικό αριθμό, 1 για αρνητικό αριθμό). Αυτό σημαίνει ότι όταν δεσμευτούν 8 bit, μόνο τα επτά από αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση της απόλυτης τιμής του αριθμού (δηλαδή του αριθμού χωρίς το πρόσημο). Έτσι, η μέγιστη θετική τιμή είναι το μισό της μη προσημασμένης τιμής. Το εύρος των αριθμών που μπορούν να αποθηκευτούν σε μια θέση n bit είναι $-(2^{n-1} - 1)$ έως $+(2^{n-1} - 1)$. Όταν δεσμεύονται n bit, το αριστερότερο bit χρησιμοποιείται για την αποθήκευση του προσήμου (0 για θετικό αριθμό, 1 για αρνητικό αριθμό).

Στην αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους, το αριστερότερο bit καθορίζει το πρόσημο του ακεραίου. Αν είναι 0, ο ακεραίος είναι θετικός. Αν είναι 1, ο ακεραίος είναι αρνητικός.

Παράδειγμα 3.4

Να αποθηκεύσετε τον αριθμό +28 σε μια θέση μνήμης 8 bit χρησιμοποιώντας αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους.

Λύση

Ο ακεραίος μετατρέπεται σε δυαδικό αριθμό 7 bit. Το αριστερότερο bit ορίζεται να είναι 0. Τώρα μπορούμε να αποθηκεύσουμε τον αριθμό 8 bit.

Μετατροπή του 28 σε δυαδικό 7 bit

0 0 1 1 1 0 0

Προσθήκη του προσήμου και αποθήκευση

0 0 0 1 1 1 0 0

Παράδειγμα 3.5

Να αποθηκεύσετε τον αριθμό -28 σε μια θέση μνήμης 8 bit χρησιμοποιώντας αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους.

Λύση

Ο ακέραιος μετατρέπεται σε δυαδικό αριθμό 7 bit. Το αριστερότερο bit ορίζεται να είναι 1. Τώρα μπορούμε να αποθηκεύσουμε τον αριθμό 8 bit.

Μετατροπή του 28 σε δυαδικό 7 bit

0 0 1 1 1 0 0

Προσθήκη του προσήμου και αποθήκευση

1 0 0 1 1 1 0 0

Παράδειγμα 3.6

Να ανακτήσετε τον ακέραιο που έχει αποθηκευτεί ως 01001101 σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους.

Λύση

Επειδή το αριστερότερο bit είναι 0, το πρόσημο είναι θετικό. Τα υπόλοιπα bit (1001101) μετατρέπονται στον δεκαδικό 77. Μετά την προσθήκη του προσήμου, ο ακέραιος είναι +77.

Παράδειγμα 3.7

Να ανακτήσετε τον ακέραιο που έχει αποθηκευτεί ως 10100001 σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους.

Λύση

Επειδή το αριστερότερο bit είναι 1, το πρόσημο είναι αρνητικό. Τα υπόλοιπα bit (0100001) μετατρέπονται στον δεκαδικό 33. Μετά την προσθήκη του προσήμου, ο ακέραιος είναι -33.

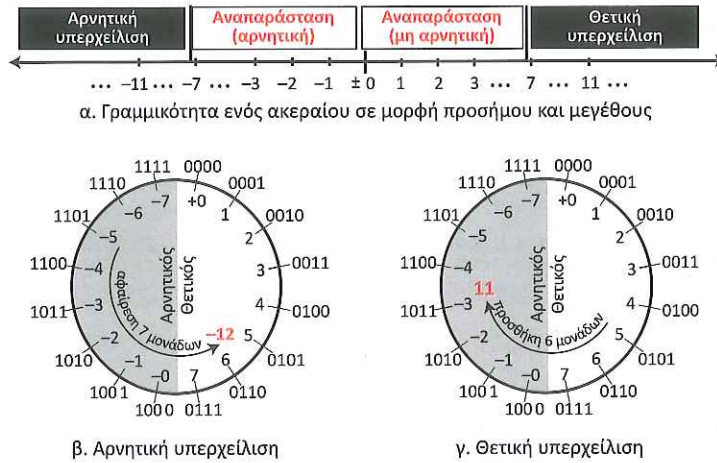
Υπερχείλιση σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους

Όπως και με τους μη προσημασμένους ακεραίους, υπερχείλιση μπορεί να προκύψει και με τους προσημασμένους ακεραίους. Σε αυτή την περίπτωση, όμως, μπορεί να προκύψει θετική ή αρνητική υπερχείλιση. Στην Εικόνα 3.7 παρουσιάζεται τόσο η θετική όσο και η αρνητική υπερχείλιση που προκαλείται κατά την αποθήκευση ενός ακεραίου σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους σε μια θέση μνήμης 4 bit. Θετική υπερχείλιση προκαλείται όταν γίνεται απόπειρα αποθήκευσης ενός θετικού ακεραίου που είναι μεγαλύτερος από το 7. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε αποθηκεύσει τον ακέραιο 5 σε μια θέση μνήμης και κατόπιν προσπαθούμε να προσθέσουμε το 6 στον ακέραιο. Αν και το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα ήταν το 11, ο υπολογιστής μάς επιστρέφει το -3. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι ότι, αν σε μια κυκλική αναπαράσταση ξεκινήσουμε να μετράμε από το 5 και προχωρήσουμε έξι μονάδες δεξιόστροφα, θα καταλήξουμε στο -3. Στη θετική υπερχείλιση ο ακέραιος «επιστρέφει» στο επιτρεπτό εύρος τιμών του.

Αρνητική υπερχείλιση μπορεί να προκύψει αν προσπαθήσουμε να αποθηκεύσουμε έναν ακέραιο που είναι μικρότερος από -7. Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε τον ακέραιο -5 σε μια θέση μνήμης και θέλουμε να αφαιρέσουμε το 7 από αυτόν. Αν και το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα ήταν το -12, ο υπολογιστής μάς επιστρέφει το +6. Αυτό συμβαίνει επειδή, αν σε μια κυκλική αναπαράσταση ξεκινήσουμε να μετράμε από το -5 και προχωρήσουμε επτά μονάδες αριστερόστροφα, θα καταλήξουμε στο +6.

Στην αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους υπάρχουν δύο μηδέν: το +0 και το -0.

Εικόνα 3.7 Υπερχείλιση σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους



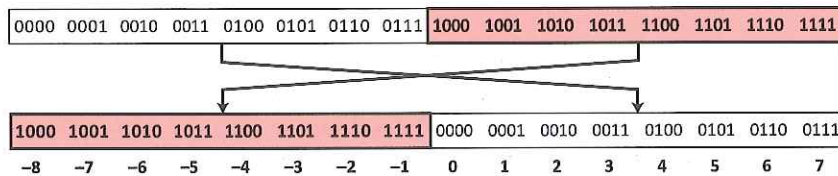
Εφαρμογές της αναπαράστασης προσήμου και μεγέθους

Η αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους δεν χρησιμοποιείται για την αποθήκευση ακεραίων. Ωστόσο, χρησιμοποιείται για την αποθήκευση μερών πραγματικών αριθμών, όπως θα δούμε παρακάτω. Επιπλέον, η αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους χρησιμοποιείται συχνά για την κβάντωση αναλογικών σημάτων, όπως σημάτων ήχου.

Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

Σχεδόν όλοι οι υπολογιστές χρησιμοποιούν την αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο για την αποθήκευση προσημασμένων ακεραίων σε θέσεις μνήμης n bit. Με αυτή τη μέθοδο, το διαθέσιμο εύρος για μη προσημασμένους ακεραίους (0 έως $2^n - 1$) διαιρείται σε δύο ίσα υποδιαστήματα. Το πρώτο εύρος χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση μη αρνητικών ακεραίων, ενώ το δεύτερο για την αναπαράσταση αρνητικών ακεραίων. Για παράδειγμα, αν το n είναι 4, τότε το εύρος είναι 0000 έως 1111. Το εύρος αυτό χωρίζεται σε δύο μισά: από 0000 έως 0111 και από 1000 έως 1111. Οι θέσεις των δύο μισών εναλλάσσονται ώστε να τηρείται η συνήθης σύμβαση που θέλει τους αρνητικούς ακεραίους να εμφανίζονται αριστερά από τους θετικούς. Στη συνέχεια, τα σχήματα bit αντιστοιχίζονται σε αρνητικούς και μη αρνητικούς (δηλαδή μηδέν και θετικούς) ακεραίους, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.8.

Εικόνα 3.8 Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



Παρόλο που το πρόσημο του ακεραίου επηρεάζει κάθε bit στον αποθηκευμένο δυαδικό ακέραιο, αυτό καθορίζεται από το πρώτο (το αριστερότερο) bit. Έτσι, αν το αριστερότερο bit είναι 0, τότε ο ακεραίος είναι μη αρνητικός, ενώ αν είναι 1, ο ακεραίος είναι αρνητικός.

Στην αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο, το πρόσημο του ακεραίου καθορίζεται από το αριστερότερο bit. Αν είναι 0, ο ακεραίος είναι θετικός. Αν είναι 1, ο ακεραίος είναι αρνητικός.

Δύο πράξεις

Πριν περιγράψουμε με περισσότερες λεπτομέρειες αυτόν τον τύπο αναπαράστασης, πρέπει να εξηγήσουμε δύο πράξεις. Η πρώτη ονομάζεται *συμπλήρωση ως προς ένα* ή *λήψη συμπληρώματος ως προς ένα του ακεραίου*. Η πράξη αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιονδήποτε ακεραίο, θετικό ή αρνητικό, και απλώς αντιστρέφει κάθε bit. Δηλαδή, ένα bit 0 μετατρέπεται σε bit 1, και ένα bit 1 μετατρέπεται σε bit 0.

Παράδειγμα 3.8

Στη συνέχεια φαίνεται πώς προκύπτει το *συμπλήρωμα ως προς ένα* του ακεραίου 00110110.

Αρχικό σχήμα	0	0	1	1	0	1	1	0
Μετά την εφαρμογή της πράξης συμπληρώματος ως προς ένα	1	1	0	0	1	0	0	1

Παράδειγμα 3.9

Σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε ότι, αν εφαρμόσουμε δύο φορές την πράξη συμπληρώματος ως προς ένα, παίρνουμε τον αρχικό ακεραίο.

Αρχικό σχήμα	0	0	1	1	0	1	1	0
Πράξη συμπληρώματος ως προς ένα –πρώτη φορά	1	1	0	0	1	0	0	1
Πράξη συμπληρώματος ως προς ένα –δεύτερη φορά	0	0	1	1	0	1	1	0

Η δεύτερη πράξη ονομάζεται *συμπλήρωση ως προς δύο* ή *λήψη συμπληρώματος ως προς δύο ενός ακεραίου στο δυαδικό σύστημα*. Η πράξη αυτή εκτελείται σε δύο βήματα. Πρώτα αντιγράφουμε bit από τα δεξιά μέχρι να φτάσουμε σε έναν άσσο (1), και έπειτα αντιστρέφουμε τα υπόλοιπα bit.

Παράδειγμα 3.10

Σε αυτό το παράδειγμα φαίνεται πώς προκύπτει το *συμπλήρωμα ως προς δύο* του ακεραίου 00110100.

Αρχικός ακεραίος	0	0	1	1	0	1	0	0
Πράξη συμπληρώματος ως προς δύο –μία φορά	1	1	0	0	1	1	0	0

Παράδειγμα 3.11

Σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε ότι, αν εφαρμόσουμε δύο φορές την πράξη συμπληρώματος ως προς δύο, παίρνουμε πάντα τον αρχικό ακεραίο.

Αρχικός ακεραίος	0	0	1	1	0	1	0	0
Πράξη συμπληρώματος ως προς δύο –πρώτη φορά	1	1	0	0	1	1	0	0
Πράξη συμπληρώματος ως προς δύο –δεύτερη φορά	0	0	1	1	0	1	0	0

Ένας εναλλακτικός τρόπος λήψης του συμπληρώματος ως προς δύο ενός ακεραίου είναι να πάρουμε πρώτα το συμπλήρωμα ως προς ένα και να προσθέσουμε 1 στο αποτέλεσμα (για πληροφορίες σχετικά με την πρόσθεση δυαδικών αριθμών δείτε το Κεφάλαιο 4).

Αποθήκευση ακεραίου σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο

Για την αποθήκευση ενός ακεραίου στη μορφή συμπληρώματος ως προς δύο, ο υπολογιστής ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Ο ακέριος μετατρέπεται σε δυαδικό αριθμό n bit.
- Αν ο ακέριος είναι θετικός ή μηδέν, τότε αποθηκεύεται ως έχει, ενώ αν είναι αρνητικός, ο υπολογιστής παίρνει το συμπλήρωμα ως προς δύο του ακεραίου και το αποθηκεύει.

Ανάκτηση ακεραίου σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο

Για την ανάκτηση ενός ακεραίου στη μορφή συμπληρώματος ως προς δύο, ο υπολογιστής ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Αν το αριστερότερο bit είναι 1, ο υπολογιστής εκτελεί στον ακέριο την πράξη συμπληρώματος ως προς δύο. Αν το αριστερότερο bit είναι 0, δεν εκτελείται πράξη.
- Ο υπολογιστής μετατρέπει τον ακέριο σε δεκαδικό.

Παράδειγμα 3.12

Να αποθηκεύσετε τον ακέριο 28 σε μια θέση μνήμης 8 bit χρησιμοποιώντας αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο.

Λύση

Επειδή ο ακέριος είναι θετικός (το οποίο υποδηλώνεται από την απουσία προσήμου), δεν απαιτείται κάποια άλλη ενέργεια μετά τη μετατροπή του από δεκαδικό σε δυαδικό. Στα αριστερά του ακεραίου προστίθενται τρία επιπλέον 0 ώστε συνολικά να έχουμε οκτώ bit.

Μετατροπή του 28 σε δυαδικό 8 bit

0 0 0 1 1 1 0 0

Παράδειγμα 3.13

Να αποθηκεύσετε το -28 σε μια θέση μνήμης 8 bit χρησιμοποιώντας αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο.

Λύση

Επειδή ο ακέριος είναι αρνητικός, μετά τη μετατροπή του σε δυαδικό ο υπολογιστής εφαρμόζει σε αυτόν την πράξη συμπληρώματος ως προς δύο.

Μετατροπή του 28 σε δυαδικό 8 bit

0 0 0 1 1 1 0 0

Εφαρμογή της πράξης συμπληρώματος ως προς δύο

1 1 1 0 0 1 0 0

Παράδειγμα 3.14

Να ανακτήσετε τον ακέριο που είναι αποθηκευμένος στη μνήμη ως 00001101 σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.

Λύση

Επειδή το αριστερότερο bit είναι 0, το πρόσημο είναι θετικό. Ο ακέριος μετατρέπεται σε δεκαδικό και προστίθεται το πρόσημο.

Το αριστερότερο bit είναι 0. Το πρόσημο είναι θετικό.

0 0 0 0 1 1 0 1

Μετατροπή του ακεραίου σε δεκαδικό

13

Προσθήκη του προσήμου (προαιρετικό)

+13

Παράδειγμα 3.15

Να ανακτήσετε τον ακέραιο που είναι αποθηκευμένος στη μνήμη ως 11100110 χρησιμοποιώντας μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.

Λύση

Επειδή το αριστερότερο bit είναι 1, ο ακέραιος είναι αρνητικός. Πριν τη μετατροπή του ακεραίου σε δεκαδικό, χρειαζόμαστε το συμπλήρωμά του ως προς δύο.

Το αριστερότερο bit είναι 1. Το πρόσημο είναι αρνητικό.

Εφαρμογή της πράξης συμπληρώματος ως προς δύο

Μετατροπή του ακεραίου σε δεκαδικό

Προσθήκη του προσήμου

1	1	1	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0
							62
							-62

Ένα πολύ ενδιαφέρον θέμα σχετικά με το συμπλήρωμα ως προς δύο είναι ότι σε αυτή την αναπαράσταση υπάρχει μόνο ένα μηδέν. Αντίθετα, στην αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους υπάρχουν δύο μηδέν (το +0 και το -0).

Στον συμβολισμό συμπληρώματος ως προς δύο υπάρχει μόνο ένα μηδέν.

Υπερχείλιση στον συμβολισμό συμπληρώματος ως προς δύο

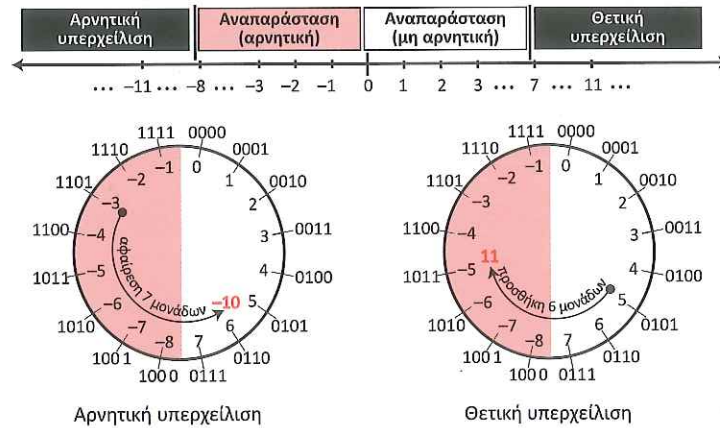
Όπως και στις άλλες αναπαραστάσεις, οι ακέραιοι που αποθηκεύονται σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο είναι και αυτοί επιρρεπείς σε υπερχείλιση. Στην Εικόνα 3.9 παρουσιάζεται η θετική και η αρνητική υπερχείλιση που προκαλείται κατά την αποθήκευση ενός προσημασμένου ακεραίου σε μια θέση μνήμης 4 bit. Θετική υπερχείλιση προκαλείται όταν γίνεται απόπειρα αποθήκευσης ενός θετικού ακεραίου που είναι μεγαλύτερος από το 7. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε αποθηκεύσει τον ακέραιο 5 σε μια θέση μνήμης και κατόπιν προσπαθούμε να προσθέσουμε σε αυτόν το 6. Αν και το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα ήταν το 11, ο υπολογιστής μάς επιστρέφει το -5. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι ότι, αν σε μια κυκλική αναπαράσταση ξεκινήσουμε να μετράμε από το 5 και προχωρήσουμε έξι μονάδες δεξιόστροφα, θα καταλήξουμε στο -5. Στη θετική υπερχείλιση ο ακέραιος «επιστρέφει» στο επιτρεπτό εύρος τιμών του.

Αρνητική υπερχείλιση μπορεί να προκύψει αν προσπαθήσουμε να αποθηκεύσουμε έναν ακέραιο που είναι μικρότερος από -8. Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε αποθηκεύσει τον ακέραιο -3 και θέλουμε να αφαιρέσουμε από αυτόν το 7. Αν και το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα ήταν το -10, ο υπολογιστής μάς επιστρέφει το +6. Αυτό συμβαίνει επειδή, αν σε μια κυκλική αναπαράσταση ξεκινήσουμε να μετράμε από το -3 και προχωρήσουμε επτά μονάδες αριστερόστροφα, θα καταλήξουμε στο +6.

Εφαρμογές του συμβολισμού συμπληρώματος ως προς δύο

Η αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο είναι ο καθιερωμένος τρόπος αναπαράστασης που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση ακεραίων στους υπολογιστές σήμερα. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε γιατί συμβαίνει αυτό, εξετάζοντας πόσο απλές είναι οι πράξεις με χρήση συμπληρώματος ως προς δύο.

Εικόνα 3.9 Υπερχείλιση σε αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



3.2.2 Σύγκριση των τριών συστημάτων

Στον Πίνακα 3.1 παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ των μη προσημασμένων ακεραίων, των ακεραίων συμπληρώματος ως προς δύο, και των ακεραίων προσήμου και μεγέθους. Σε μια θέση μνήμης 4 bit μπορεί να αποθηκευτεί ένας ακέραιος μεταξύ 0 και 15, όμως στην ίδια θέση μπορούν να αποθηκευτούν και δύο προσημασμένοι ακέραιοι συμπληρώματος ως προς δύο μεταξύ -8 και +7. Είναι πολύ σημαντικό οι ακέραιοι που αποθηκεύονται και ανακτώνται να βρίσκονται στην ίδια μορφή. Για παράδειγμα, αν ο ακέραιος 13 αποθηκευτεί σε προσημασμένη μορφή, θα πρέπει να ανακτηθεί επίσης σε προσημασμένη μορφή, αφού σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο θα ανακτηθεί ως -3.

Πίνακας 3.1 Σύνοψη των αναπαραστάσεων ακεραίων

Περιεχόμενα μνήμης	Μη προσημασμένη μορφή	Μορφή προσήμου και μεγέθους	Μορφή συμπληρώματος ως προς δύο
0000	0	0	+0
0001	1	1	+1
0010	2	2	+2
0011	3	3	+3
0100	4	4	+4
0101	5	5	+5
0110	6	6	+6
0111	7	7	+7
1000	8	-0	-8
1001	9	-1	-7
1010	10	-2	-6
1011	11	-3	-5
1100	12	-4	-4
1101	13	-5	-3
1110	14	-6	-2
1111	15	-7	-1

3.2.3 Αποθήκευση πραγματικών αριθμών

Πραγματικός είναι ένας αριθμός που αποτελείται από ένα ακέραιο και ένα κλασματικό μέρος. Για παράδειγμα, ο 23,7 είναι πραγματικός αριθμός: Το ακέραιο μέρος είναι το 23 και το κλασματικό μέρος είναι το $7/10$. Παρόλο που για την αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού μπορεί να χρησιμοποιηθεί αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής, το αποτέλεσμα ίσως να μην είναι σωστό ή πιθανόν να μην έχει την απαιτούμενη ακρίβεια. Στα επόμενα δύο παραδείγματα εξηγούμε τον λόγο.

Παράδειγμα 3.16

Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε στο δεκαδικό σύστημα αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής με δύο ψηφία στα δεξιά της υποδιαστολής και δεκατέσσερα ψηφία στα αριστερά της υποδιαστολής, οπότε έχουμε σύνολο δεκαέξι ψηφία. Η ακρίβεια ενός πραγματικού αριθμού σε αυτό το σύστημα χάνεται όταν προσπαθήσουμε να αναπαραστήσουμε έναν δεκαδικό αριθμό, όπως για παράδειγμα τον 1,00234: Σε αυτό το σύστημα, ο αριθμός αποθηκεύεται ως 1,00.

Παράδειγμα 3.17

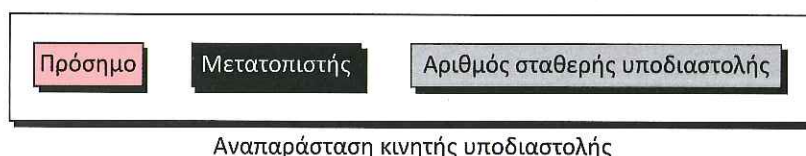
Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε στο δεκαδικό σύστημα αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής με έξι ψηφία στα δεξιά της υποδιαστολής και δέκα ψηφία στα αριστερά της υποδιαστολής, οπότε έχουμε σύνολο δεκαέξι ψηφία. Και σε αυτή την περίπτωση, η ακρίβεια ενός πραγματικού αριθμού σε αυτό το σύστημα χάνεται όταν προσπαθήσουμε να αναπαραστήσουμε έναν δεκαδικό αριθμό, όπως για παράδειγμα τον 236154302345,00. Σε αυτό το σύστημα, ο αριθμός αποθηκεύεται ως 6154302345,00, δηλαδή το ακέραιο μέρος είναι πολύ μικρότερο απ' ό,τι θα έπρεπε.

Οι πραγματικοί αριθμοί με πολύ μεγάλο ακέραιο μέρος ή πολύ μικρό κλασματικό μέρος δεν πρέπει να αποθηκεύονται σε αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής.

Αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής

Η λύση για τη διατήρηση της ορθότητας ή της ακρίβειας είναι η χρήση **αναπαράστασης κινητής υποδιαστολής**. Αυτή η αναπαράσταση επιτρέπει στην υποδιαστολή να μετακινείται: Αριστερά ή δεξιά από την υποδιαστολή μπορεί να υπάρχει διαφορετικό πλήθος ψηφίων. Το διάστημα τιμών των πραγματικών αριθμών που μπορούν να αποθηκευτούν με αυτή τη μέθοδο αυξάνεται εντυπωσιακά: Στη μνήμη μπορούν να αποθηκευτούν τόσο αριθμοί με μεγάλα ακέραια μέρη όσο και αριθμοί με μικρά κλασματικά μέρη. Στην αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής, είτε δεκαδικών είτε δυαδικών, οι αριθμοί αποτελούνται από τρία μέρη, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.10.

Εικόνα 3.10 Τα τρία μέρη ενός πραγματικού αριθμού σε αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής.



Το πρώτο μέρος είναι το πρόσημο, το οποίο μπορεί να είναι είτε θετικό είτε αρνητικό. Το δεύτερο μέρος δείχνει πόσες θέσεις πρέπει να μετατοπιστεί (shift) η υποδιαστολή προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά προκειμένου να σχηματιστεί ο αριθμός. Το τρίτο μέρος είναι μια αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής στην οποία η θέση της υποδιαστολής είναι σταθερή.

Η αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής ενός αριθμού αποτελείται από τρία μέρη: το πρόσημο, τον μετατοπιστή (shifter), και έναν αριθμό σταθερής υποδιαστολής.

Η αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής χρησιμοποιείται σε επιστημονικές εφαρμογές για την αναπαράσταση πολύ μικρών ή πολύ μεγάλων δεκαδικών αριθμών. Σε αυτή την αναπαράσταση, που ονομάζεται **επιστημονικός συμβολισμός**, το τμήμα σταθερής υποδιαστολής αποτελείται μόνο από ένα ψηφίο στα αριστερά της υποδιαστολής, ενώ ο μετατοπιστής είναι δύναμη του 10.

Παράδειγμα 3.18

Ακολουθεί ο δεκαδικός αριθμός 7.425.000.000.000.000.000,00 σε επιστημονικό συμβολισμό (αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής).

Λύση

Πραγματικός αριθμός	→	+	7.425.000.000.000.000.000,00
Επιστημονικός συμβολισμός	→	+	$7,425 \times 10^{21}$

Τα τρία μέρη είναι το πρόσημο (+), ο μετατοπιστής (21), και το τμήμα σταθερής υποδιαστολής (7,425). Να σημειωθεί ότι ο μετατοπιστής είναι ο εκθέτης. Το πλεονέκτημα αυτής της αναπαράστασης είναι αρκετά εμφανές. Ακόμα και αν θέλαμε να γράψουμε αυτόν τον αριθμό σε χαρτί, θα μπορούσαμε να το κάνουμε εύκολα αφού ο επιστημονικός συμβολισμός είναι συντομότερος και καταλαμβάνει λιγότερο χώρο. Σε αυτόν τον συμβολισμό χρησιμοποιείται η έννοια της κινητής υποδιαστολής επειδή η θέση της υποδιαστολής, η οποία στο παράδειγμά μας βρίσκεται κοντά στο δεξιό άκρο, έχει μετακινηθεί 21 ψηφία προς τα αριστερά προκειμένου να σχηματιστεί το μέρος σταθερής υποδιαστολής του αριθμού. Σε ορισμένες γλώσσες προγραμματισμού και αριθμομηχανές ο αριθμός εμφανίζεται ως +7,425E21 επειδή η βάση 10 υπονοείται και δεν χρειάζεται να αναφέρεται.

Παράδειγμα 3.19

Να γράψετε τον αριθμό $-0,0000000000000232$ σε επιστημονικό συμβολισμό.

Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε την ίδια προσέγγιση που εφαρμόσαμε στο προηγούμενο παράδειγμα — δηλαδή θα μετακινήσουμε την υποδιαστολή μετά από το ψηφίο 2, όπως φαίνεται παρακάτω:

Πραγματικός αριθμός	→	-	0,0000000000000232
Επιστημονικός συμβολισμός	→	-	$2,32 \times 10^{-14}$

Να επισημάνουμε ότι ο εκθέτης εδώ είναι αρνητικός επειδή η υποδιαστολή στο 2,32 πρέπει να μετακινηθεί προς τα αριστερά (δεκατέσσερις θέσεις) προκειμένου να σχηματιστεί ο αρχικός αριθμός. Και πάλι, μπορούμε να πούμε ότι ο αριθμός σε αυτόν τον συμβολισμό αποτελείται από τρία τμήματα: το πρόσημο (-), τον πραγματικό αριθμό (2,32), και τον αρνητικό ακέραιο (-14). Σε ορισμένες γλώσσες προγραμματισμού και αριθμομηχανές, ο αριθμός εμφανίζεται ως $-2,32E-14$.

Παρόμοιες προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται και για την αναπαράσταση πολύ μεγάλων ή πολύ μικρών αριθμών (τόσο ακεραίων όσο και πραγματικών αριθμών) στο δυαδικό σύστημα, για την αποθήκευσή τους σε υπολογιστές.

Παράδειγμα 3.20

Γράψτε τον αριθμό $(101001000000000000000000000000,00)_2$ σε μορφή κινητής υποδιαστολής.

Λύση

Και εδώ χρησιμοποιούμε την ίδια μέθοδο, δηλαδή διατηρούμε μόνο ένα ψηφίο στα αριστερά της υποδιαστολής.

Πραγματικός αριθμός	→	+	(101001000000000000000000000000,00) ₂
Επιστημονικός συμβολισμός	→	+	1,01001 × 2 ³²

Δεν χρειάζεται να μας απασχολούν όλα αυτά τα 0 που βρίσκονται δεξιά από το δεξιότερο 1 αφού δεν είναι σημαντικά όταν χρησιμοποιούμε τον πραγματικό αριθμό (1,01001)₂. Παρόλο που ο εκθέτης εμφανίζεται ως 32, στην πραγματικότητα αποθηκεύεται στον υπολογιστή σε δυαδική μορφή, όπως θα δούμε παρακάτω. Επίσης, παρόλο που το πρόσημο εμφανίζεται ως θετικό, θα αποθηκευτεί ως ένα bit.

Παράδειγμα 3.21

Να γράψετε τον αριθμό -(0,000000000000000000000000000000101)₂ σε μορφή κινητής υποδιαστολής.

Λύση

Και εδώ χρησιμοποιούμε την ίδια μέθοδο, δηλαδή διατηρούμε μόνο ένα μη μηδενικό ψηφίο στα αριστερά της υποδιαστολής.

Πραγματικός αριθμός	→	-	(0,000000000000000000000000000000101) ₂
Επιστημονικός συμβολισμός	→	-	1,01 × 2 ⁻²⁴

Ο εκθέτης αποθηκεύεται στον υπολογιστή ως αρνητικός δυαδικός.

Κανονικοποίηση

Για λόγους ομοιομορφίας στην αναπαράσταση του σταθερού μέρους, τόσο στη μέθοδο επιστημονικού συμβολισμού (για το δεκαδικό σύστημα) όσο και στη μέθοδο αναπαράστασης κινητής υποδιαστολής (για το δυαδικό σύστημα) χρησιμοποιείται μόνο ένα μη μηδενικό ψηφίο στα αριστερά της υποδιαστολής. Αυτό ονομάζεται **κανονικοποίηση**. Στο δεκαδικό σύστημα αυτό το ψηφίο μπορεί να έχει τιμή από 1 έως 9, ενώ στο δυαδικό σύστημα μπορεί να είναι μόνο 1. Στο παρακάτω παράδειγμα, το *d* είναι ένα μη μηδενικό ψηφίο, το *x* είναι ψηφίο, και το *y* είναι είτε 0 είτε 1.

Δεκαδικός	±	d,xxxxxxxxxxxxx	Σημείωση: το <i>d</i> έχει τιμή από 1 έως 9 και κάθε <i>x</i> έχει τιμή από 0 έως 9
Δυαδικός	±	1,yyyyyyyyyyyyy	

Πρόσημο, εκθέτης και σημαινόμενο τμήμα

Μετά την κανονικοποίηση ενός δυαδικού αριθμού, αποθηκεύονται μόνο τρεις πληροφορίες σχετικά με αυτόν: το πρόσημο, ο εκθέτης, και το σημαινόμενο τμήμα (τα bit που βρίσκονται δεξιά από την υποδιαστολή). Για παράδειγμα, ο αριθμός +1000111,0101 γίνεται:

Πρόσημο	Εκθέτης	×	Σημαινόμενο τμήμα
+	2 ⁶		1,0001110101
+	6		0001110101

ε70 →
ε40 ←

Η υποδιαστολή και το bit 1 αριστερά από το τμήμα σταθερής υποδιαστολής δεν αποθηκεύονται –εννοούνται.

Πρόσημο

Το πρόσημο ενός αριθμού μπορεί να αποθηκευτεί σε 1 bit (0 ή 1).

Εκθέτης

Ο εκθέτης (δύναμη του 2) καθορίζει τη μετατόπιση της υποδιαστολής. Σημειώστε ότι η δύναμη μπορεί να είναι είτε αρνητική είτε θετική. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση του εκθέτη είναι η **αναπαράσταση πλεονάσματος** (θα αναφερθούμε σε αυτή στη συνέχεια).

Σημαινόμενο τμήμα

Το **σημαινόμενο τμήμα** είναι ο δυαδικός ακέραιος που βρίσκεται δεξιά από την υποδιαστολή, και καθορίζει την ακρίβεια του αριθμού. Το σημαινόμενο τμήμα αποθηκεύεται σε σημειογραφία σταθερής υποδιαστολής. Αν θεωρήσουμε το σημαινόμενο τμήμα και το πρόσημο ως ένα στοιχείο, μπορούμε να πούμε ότι αυτός ο συνδυασμός αποθηκεύεται ως ακέραιος σε μορφή προσήμου και μεγέθους. Ωστόσο, θα πρέπει να θυμάστε ότι δεν είναι ακέραιος, αλλά ένα κλασματικό μέρος που αποθηκεύεται όπως ένας ακέραιος. Θα θέλαμε να τονίσουμε ιδιαίτερα αυτό το σημείο επειδή, σε ένα σημαινόμενο τμήμα, η τιμή του αριθμού δεν αλλάζει αν προσθέσουμε επιπλέον 0 στα δεξιά του, ενώ σε έναν πραγματικό ακέραιο η τιμή του αριθμού δεν αλλάζει αν προσθέσουμε επιπλέον 0 στα αριστερά του.

Το σημαινόμενο τμήμα είναι ένα κλασματικό μέρος το οποίο, μαζί με το πρόσημο, εκλαμβάνεται ως ακέραιος που αποθηκεύεται σε αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους.

Το σύστημα πλεονάσματος

Το σημαινόμενο τμήμα μπορεί να αποθηκευτεί ως μη προσημασμένος ακέραιος. Ο εκθέτης, δηλαδή η δύναμη που δείχνει κατά πόσα bit πρέπει να μετακινηθεί η υποδιαστολή προς τα αριστερά ή τα δεξιά, είναι ένας προσημασμένος αριθμός. Παρόλο που θα μπορούσε να αποθηκευτεί με αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο, για την αποθήκευσή του χρησιμοποιείται μια νέα αναπαράσταση η οποία ονομάζεται **σύστημα πλεονάσματος (excess system)**. Στο σύστημα πλεονάσματος, και οι θετικοί και οι αρνητικοί ακέραιοι αποθηκεύονται ως μη προσημασμένοι ακέραιοι. Για την αναπαράσταση ενός θετικού ή αρνητικού ακεραίου, σε κάθε αριθμό προστίθεται ένας θετικός ακέραιος (που ονομάζεται *πόλωση-bias*) ώστε όλοι οι αριθμοί να «μετατοπιστούν» ομοιόμορφα προς τη μη αρνητική πλευρά. Η τιμή αυτής της πόλωσης είναι $2^{m-1} - 1$, όπου m είναι το μέγεθος της θέσης μνήμης στην οποία θα αποθηκευτεί ο εκθέτης.

Παράδειγμα 3.22

Σε ένα αριθμητικό σύστημα με δέσμευση 4 bit μπορούμε να εκφράσουμε δεκαέξι ακεραίους. Αν χρησιμοποιήσουμε μία θέση για το 0 και χωρίσουμε τις υπόλοιπες δεκαπέντε (σε όχι απολύτως ίσα μέρη), μπορούμε να αναπαραστήσουμε τους ακεραίους του διαστήματος τιμών -7 έως 8 , όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.11. Με την προσθήκη επτά μονάδων σε κάθε ακέραιο σε αυτό το διάστημα τιμών, μπορούμε να μεταφράσουμε ομοιόμορφα όλους τους ακεραίους προς τα δεξιά και να τους κάνουμε θετικούς χωρίς να αλλάξουμε τις σχετικές μεταξύ τους θέσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Αυτό το νέο σύστημα αναφέρεται ως πλεόνασμα 7, ή αναπαράσταση πόλωσης με τιμή πόλωσης το 7.

Εικόνα 3.11 Μετατόπιση σε αναπαράσταση πλεονάσματος

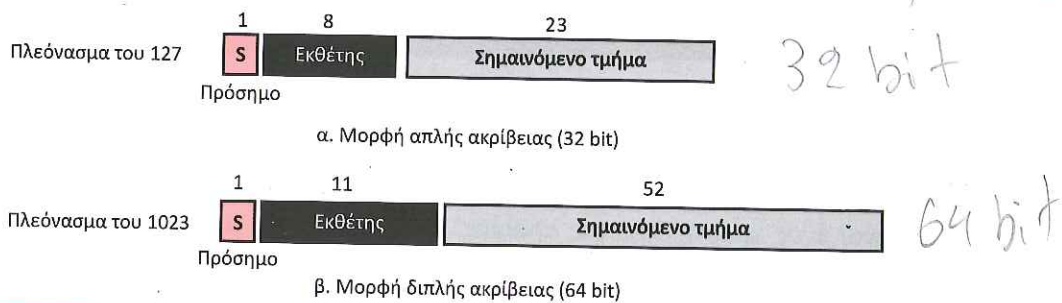


Το πλεονέκτημα αυτής της νέας αναπαράστασης σε σύγκριση με την αντίστοιχη που χρησιμοποιείται πριν τη μετάφραση είναι ότι όλοι οι ακέραιοι στο σύστημα πλεονάσματος είναι θετικοί, οπότε δεν μας απασχολεί το πρόσημο όταν πραγματοποιούμε συγκρίσεις ή πράξεις με αυτούς. Όταν δεσμεύονται 4 bit, η τιμή πόλωσης είναι $2^{4-1} - 1 = 7$, που είναι και η αναμενόμενη.

Πρότυπα IEEE

Το Ινστιτούτο των Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών (Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE) έχει ορίσει αρκετά πρότυπα για την αποθήκευση αριθμών κινητής υποδιαστολής. Σε αυτή την ενότητα θα περιγράψουμε τα δύο πιο συνηθισμένα που αφορούν τη μορφή απλής ακρίβειας και τη μορφή διπλής ακρίβειας. Οι μορφές αυτές παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.12. Οι αριθμοί επάνω από τα πλαίσια αντιπροσωπεύουν το πλήθος των bit για κάθε πεδίο.

Εικόνα 3.12 Πρότυπα IEEE για την αναπαράσταση αριθμών κινητής υποδιαστολής



Στη μορφή απλής ακρίβειας χρησιμοποιούνται 32 bit για την αποθήκευση ενός πραγματικού αριθμού σε αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής. Το πρόσημο καταλαμβάνει ένα bit (0 για θετικό και 1 για αρνητικό), ο εκθέτης καταλαμβάνει οκτώ bit (με πόλωση 127), και το σημανόμενο τμήμα χρησιμοποιεί 23 bit (μη προσημασμένος αριθμός). Αυτό το πρότυπο ορισμένες φορές αναφέρεται ως **πλεονάσμα του 127** αφού η πόλωση είναι 127.

Στη μορφή διπλής ακρίβειας χρησιμοποιούνται 64 bit για την αποθήκευση ενός πραγματικού αριθμού σε αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής. Το πρόσημο καταλαμβάνει ένα bit, ο εκθέτης καταλαμβάνει έντεκα bit (με πόλωση 1023), και το σημανόμενο τμήμα χρησιμοποιεί 52 bit. Αυτό το πρότυπο ορισμένες φορές αναφέρεται ως **πλεονάσμα του 1023** αφού η πόλωση είναι 1023. Στον Πίνακα 3.2 συνοψίζονται οι προδιαγραφές των δύο προτύπων.

Πίνακας 3.2 Προδιαγραφές των δύο προτύπων IEEE για αναπαράσταση αριθμών κινητής υποδιαστολής

Παράμετρος	Απλή ακρίβεια	Διπλή ακρίβεια
Μέγεθος θέσης μνήμης (πλήθος bit)	32	64
Μέγεθος προσήμου (πλήθος bit)	1	1
Μέγεθος εκθέτη (πλήθος bit)	8	11
Μέγεθος σημαινόμενου τμήματος (πλήθος bit)	23	52
Πόλωση (ακέραιος)	127	1023

Αποθήκευση αριθμών κινητής υποδιαστολής σύμφωνα με τα πρότυπα IEEE

Ένας πραγματικός αριθμός μπορεί να αποθηκευτεί σε μία από τις μορφές κινητής υποδιαστολής IEEE με χρήση της παρακάτω διαδικασίας, σύμφωνα με την Εικόνα 3.12:

- Αποθήκευση του προσήμου στο S (0 ή 1).
- Μετατροπή του αριθμού σε δυαδικό.
- Κανονικοποίηση.
- Εύρεση των τιμών των E και M.
- Συνένωση των S (πρόσημο), E (εκθέτης), και M (σημαινόμενο τμήμα).

Παράδειγμα 3.23

Να βρείτε την αναπαράσταση πλεονάσματος του 127 (απλής ακρίβειας) του δεκαδικού αριθμού 5,75.

Λύση

- α. Το πρόσημο είναι θετικό, επομένως $S = 0$.
- β. Μετατροπή του δεκαδικού σε δυαδικό: $5,75 = (101,11)_2$.
- γ. Κανονικοποίηση: $(101,11)_2 = (1,0111)_2 \times 2^2$. $αυ \leftarrow 2^2 \Rightarrow 2^2$
- δ. $E = 2 + 127 = 129 = (1000001)_2$, $M = 0111$. Δεξιά από το M πρέπει να προσθέσουμε δεκαεννιά μηδενικά ώστε να έχουμε συνολικά 23 bit.
- ε. Εδώ φαίνεται η αναπαράσταση:

S	E	M
0	1000001	01110000000000000000000

Ο αριθμός αποθηκεύεται στον υπολογιστή ως 01000001101100000000000000000000.

Παράδειγμα 3.24

Να βρείτε την αναπαράσταση πλεονάσματος του 127 (απλής ακρίβειας) του δεκαδικού αριθμού -161,875.

Λύση

- α. Το πρόσημο είναι αρνητικό, επομένως $S = 1$.
- β. Μετατροπή του δεκαδικού σε δυαδικό: $161,875 = (1010001,111)_2$.
- γ. Κανονικοποίηση: $(1010001,111)_2 = (1,010001111)_2 \times 2^7$.
- δ. $E = 7 + 127 = 134 = (1000110)_2$ και $M = (010001111)_2$.
- ε. Αναπαράσταση:

S	E	M
1	10000110	010000111110000000000000

Ο αριθμός αποθηκεύεται στον υπολογιστή ως 11000011010000111100000000000000.

Παράδειγμα 3.25

Να βρείτε την αναπαράσταση πλεονάσματος του 127 (απλής ακρίβειας) του δεκαδικού αριθμού $-0,0234375$.

Λύση

- $S = 1$ (ο αριθμός είναι αρνητικός).
- Μετατροπή του δεκαδικού σε δυαδικό: $0,0234375 = (0,0000011)_2$.
- Κανονικοποίηση: $(0,0000011)_2 = (1,1)_2 \times 2^{-6}$.
- $E = -6 + 127 = 121 = (01111001)_2$ και $M = (1)_2$.
- Αναπαράσταση:

S	E	M
1	01111001	1000000000000000000000

Ο αριθμός αποθηκεύεται στον υπολογιστή ως 10111100110000000000000000000000.

Ανάκτηση αριθμών αποθηκευμένων σε μορφή κινητής υποδιαστολής προτύπου IEEE

Ένας αριθμός που είναι αποθηκευμένος σε μία από τις μορφές κινητής υποδιαστολής IEEE μπορεί να ανακτηθεί με την ακόλουθη μέθοδο:

- Εύρεση των τιμών των S, E, και M.
- Αν $S = 0$, τότε το πρόσημο ορίζεται ως θετικό, διαφορετικά το πρόσημο ορίζεται ως αρνητικό.
- Εύρεση του μετατοπιστή ($E - 127$).
- Αποκανονικοποίηση του σημεινόμενου τμήματος.
- Μετατροπή του αποκανονικοποιημένου αριθμού σε δυαδικό για την εύρεση της απόλυτης τιμής.
- Προσθήκη του προσήμου.

Παράδειγμα 3.26

Το σχήμα bit $(11001010000000000111000100001111)_2$ αποθηκεύεται στη μνήμη σε μορφή πλεονάσματος του 127. Να βρείτε την τιμή του αριθμού σε δεκαδικό συμβολισμό.

Λύση

- Το πρώτο bit αναπαριστά το S, τα επόμενα οκτώ bit το E, και τα υπόλοιπα 23 bit το M.

S	E	M
1	10010100	00000000111000100001111

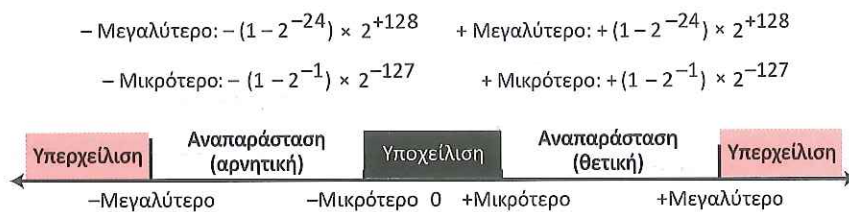
- Το πρόσημο είναι αρνητικό.
- Ο μετατοπιστής $= E - 127 = 148 - 127 = 21$.
- Η αποκανονικοποίηση μας δίνει $(1,00000000111000100001111)_2 \times 2^{21}$.

- ε. Ο δυαδικός αριθμός είναι $(1000000001110001000011,11)_2$.
 στ. Η απόλυτη τιμή είναι 2.104.378,75.
 ζ. Ο αριθμός είναι $-2.104.378,75$.

Υπερχείλιση και υποχείλιση

Στην περίπτωση των αριθμών κινητής υποδιαστολής, μπορεί να προκύψει υπερχείλιση (overflow), αλλά και υποχείλιση (underflow). Στην Εικόνα 3.13 παρουσιάζονται τα διαστήματα τιμών των αναπαράστασεων κινητής υποδιαστολής με χρήση θέσεων μνήμης 32 bit (πλεονάσμα του 127). Με αυτή την αναπαράσταση δεν μπορούν να αποθηκευτούν αριθμοί που έχουν πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες απόλυτες τιμές. Η απόπειρα αποθήκευσης αριθμών με πολύ μικρές απόλυτες τιμές προκαλεί υποχείλιση, ενώ η απόπειρα αποθήκευσης αριθμών με πολύ μεγάλες απόλυτες τιμές προκαλεί υπερχείλιση. Σας αφήνουμε τον υπολογισμό των οριακών τιμών (+μεγαλύτερο, -μεγαλύτερο, +μικρότερο, και -μικρότερο) ως άσκηση.

Εικόνα 3.13 Υπερχείλιση και υποχείλιση στην αναπαράσταση πραγματικών κινητής υποδιαστολής



Αποθήκευση του μηδενός

Ίσως έχετε παρατηρήσει ότι ένας πραγματικός αριθμός του οποίου το ακέραιο μέρος και το κλασματικό μέρος είναι μηδέν, δηλαδή ο 0,0, δεν μπορεί να αποθηκευτεί με τα βήματα που περιγράφηκαν παραπάνω. Για την αντιμετώπιση αυτής της ειδικής περίπτωσης, ισχύει η παραδοχή ότι το πρόσημο, ο εκθέτης, και το σημεινόμενο τμήμα είναι όλα 0.

Σφάλματα περικοπής

Κατά την αποθήκευση ενός πραγματικού αριθμού με αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής, η τιμή του αποθηκευμένου αριθμού ίσως να μην είναι αυτή ακριβώς που θα περιμέναμε. Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να αποθηκεύσουμε τον αριθμό

$$(1111111111111111,1111111111)_2$$

στη μνήμη χρησιμοποιώντας αναπαράσταση πλεονάσματος του 127. Μετά την κανονικοποίηση παίρνουμε:

$$(1,1111111111111111111111111111)_2$$

Αυτό σημαίνει ότι το σημεινόμενο τμήμα έχει 26 άσσους και πρέπει να περικοπεί στους 23 άσσους. Με άλλα λόγια, αυτό που αποθηκεύεται στον υπολογιστή είναι:

$$(1,1111111111111111111111)_2$$

δηλαδή ο αρχικός αριθμός έχει αλλάξει σε:

$$(1111111111111111,11111111)_2$$

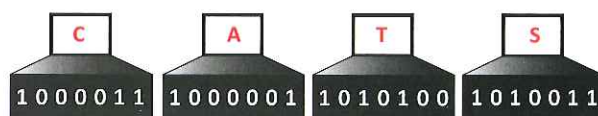
με τις τρεις μονάδες στα δεξιά του κλασματικού μέρους να έχουν περικοπεί. Η διαφορά ανάμεσα στον αρχικό αριθμό και στον αριθμό που ανακτάται ονομάζεται **σφάλμα περικοπής**. Αυτός ο τύπος σφάλματος είναι πολύ σημαντικός σε εφαρμογές όπου χρησιμοποιούνται πολύ μικροί ή πολύ μεγάλοι αριθμοί, όπως σε υπολογισμούς στον κλάδο της αεροδιαστημικής. Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται η χρήση πολύ μεγάλων θέσεων μνήμης και άλλων αναπαραστάσεων. Γι' αυτόν τον σκοπό, το IEEE ορίζει άλλα πρότυπα με μεγαλύτερα σημαινόμενα τμήματα.

3.3 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΚΕΙΜΕΝΟΥ

Σε οποιαδήποτε γλώσσα, ένα τμήμα **κειμένου** είναι μια ακολουθία συμβόλων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση μιας έννοιας στη συγκεκριμένη γλώσσα. Για παράδειγμα, η αγγλική γλώσσα διαθέτει 26 σύμβολα (A, B, C, ..., Z) για την αναπαράσταση των κεφαλαίων γραμμάτων, 26 σύμβολα (a, b, c, ..., z) για την αναπαράσταση των πεζών γραμμάτων, δέκα σύμβολα (0, 1, 2, ..., 9) για την αναπαράσταση των αριθμητικών χαρακτήρων (όχι αριθμών – αυτοί υποβάλλονται σε διαφορετικούς χειρισμούς, όπως εξηγήσαμε στην προηγούμενη ενότητα), και σύμβολα (., ?, :, ; , ..., !) για την αναπαράσταση σημείων στίξης. Εξάλλου, για τη στοίχιση του κειμένου και τη βελτίωση της αναγνωσιμότητας χρησιμοποιούνται και άλλα σύμβολα, όπως το κενό διάστημα, ο χαρακτήρας αλλαγής γραμμής, και ο χαρακτήρας στηλοθέτη (tab).

Κάθε σύμβολο μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα σχήμα bit. Με άλλα λόγια, η λέξη «CATS», η οποία αποτελείται από τέσσερα σύμβολα, μπορεί να αναπαρασταθεί με τέσσερα σχήματα n , καθένα από τα οποία ορίζει ένα συγκεκριμένο σύμβολο (Εικόνα 3.14).

Εικόνα 3.14 Αναπαράσταση συμβόλων με σχήματα bit



Τώρα το ερώτημα είναι το εξής: Πόσα bit χρειάζεται ένα σχήμα bit για την αναπαράσταση ενός συμβόλου σε μια γλώσσα; Αυτό εξαρτάται από το πλήθος των συμβόλων που διαθέτει η γλώσσα. Για παράδειγμα, αν δημιουργούσαμε μια υποθετική γλώσσα η οποία χρησιμοποιεί μόνο τα αγγλικά κεφαλαία γράμματα, θα χρειαζόμασταν μόνο 26 σύμβολα. Ένα σχήμα bit αυτής της γλώσσας θα πρέπει να μπορεί να αναπαραστήσει τουλάχιστον 26 σύμβολα.

Για μια άλλη γλώσσα, όπως τα Κινέζικα, θα απαιτούνταν πολύ περισσότερα σύμβολα. Το μήκος του σχήματος bit που αντιπροσωπεύει ένα σύμβολο μιας γλώσσας εξαρτάται από το πλήθος των συμβόλων τα οποία χρησιμοποιεί η συγκεκριμένη γλώσσα. Περισσότερα σύμβολα σημαίνουν μεγαλύτερο σχήμα bit.

Παρόλο που το μήκος του σχήματος bit εξαρτάται από το πλήθος των συμβόλων, αυτή η σχέση δεν είναι γραμμική, αλλά λογαριθμική. Αν χρειάζονται δύο σύμβολα, το μήκος είναι 1 bit (ο $\log_2 2$ ισούται με 1). Αν χρειάζονται τέσσερα σύμβολα, το μήκος είναι 2 bit (ο $\log_2 4$ ισούται με 2). Αυτή η σχέση παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.3. Ένα σχήμα bit με μήκος 2 bit μπορεί να πάρει τέσσερις διαφορετικές μορφές: 00, 01, 10, και 11. Καθεμιά από αυτές τις μορφές αναπαριστά ένα σύμβολο. Με τον ίδιο τρόπο, ένα σχήμα bit με μήκος 3 bit μπορεί να πάρει οκτώ διαφορετικές μορφές: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, και 111.

Πίνακας 3.3 Πλήθος συμβόλων και μήκος σχήματος bit

Πλήθος συμβόλων	Μήκος σχήματος bit	Πλήθος συμβόλων	Μήκος σχήματος bit
2	1	128	7
4	2	256	8
8	3	65.536	16
16	4	4.294.967.296	32

3.3.1 Κώδικες

Για την αναπαράσταση συμβόλων κειμένου έχουν καταρτιστεί διάφορα σύνολα σχημάτων bit. Κάθε σύνολο ονομάζεται **κώδικας**, και αντίστοιχα η διαδικασία της αναπαράστασης συμβόλων ονομάζεται κωδικοποίηση. Στην ενότητα αυτή θα εξετάσουμε τους πιο γνωστούς κώδικες.

ASCII

Το **Αμερικανικό Ινστιτούτο Εθνικών Προτύπων** (American National Standard Institute, ANSI) ανέπτυξε έναν κώδικα τον οποίο ονόμασε **Αμερικανικό Πρότυπο Κώδικα για την Ανταλλαγή Πληροφοριών** (American Standard Code for Information Interchange, ASCII). Ο κώδικας αυτός χρησιμοποιεί επτά bit για κάθε σύμβολο. Άρα σε αυτόν τον κώδικα μπορούν να οριστούν $2^7 = 128$ διαφορετικά σύμβολα. Το Παράρτημα Α περιέχει το πλήρες σύνολο των σχημάτων bit για τον κώδικα ASCII. Σήμερα ο ASCII αποτελεί μέρος του κώδικα Unicode, τον οποίο θα δούμε στη συνέχεια.

Unicode

Ένας συνασπισμός από κατασκευαστές υλικού και λογισμικού σχεδίασε έναν κώδικα με όνομα **Unicode**, ο οποίος χρησιμοποιεί σχήματα 32 bit και επομένως μπορεί να αναπαραστήσει μέχρι $2^{32} = 4.294.967.296$ σύμβολα. Ο κώδικας αυτός είναι χωρισμένος σε διάφορες ενότητες, καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί στα σύμβολα μιας διαφορετικής γλώσσας. Κάποια τμήματα του κώδικα χρησιμοποιούνται για γραφικά και ειδικά σύμβολα. Στο Παράρτημα Α θα βρείτε ένα συνοπτικό σύνολο συμβόλων του Unicode. Ο ASCII σήμερα αποτελεί μέρος του Unicode.

Άλλοι κώδικες

Τις τελευταίες δεκαετίες αναπτύχθηκαν και άλλοι κώδικες. Μετά την εμφάνιση του Unicode, όμως, αυτοί έπαψαν να χρησιμοποιούνται συχνά. Ως άσκηση, σας αφήνουμε να βρείτε μόνοι σας πληροφορίες για αυτούς τους κώδικες.

3.4 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΗΧΟΥ

Ο όρος **audio** (ήχος) αναφέρεται στην αναπαράσταση ήχου ή μουσικής. Ο ήχος, από τη φύση του, διαφέρει από τους αριθμούς ή το κείμενο που έχουμε ήδη περιγράψει. Το κείμενο αποτελείται από μετρήσιμες οντότητες (χαρακτήρες), το οποίο σημαίνει ότι μπορούμε να μετρούμε το πλήθος των χαρακτήρων. Το κείμενο είναι ένα παράδειγμα **ψηφιακών** δεδομένων. Αντίθετα, ο ήχος δεν είναι μετρήσιμος. Ο ήχος είναι μια οντότητα που μεταβάλλεται με τον χρόνο –δηλαδή, μπορούμε να μετράμε την ένταση του ήχου σε συγκεκριμένες στιγμές. Όταν κάνουμε λόγο για αποθήκευση ήχου στη μνήμη του υπολογιστή, εννοούμε την αποθήκευση της έντασης ενός ηχητικού σήματος, όπως το σήμα από ένα μικρόφωνο, σε μια χρονική περίοδο: ένα δευτερόλεπτο, μία ώρα.

Ο ήχος είναι ένα παράδειγμα **αναλογικών** δεδομένων. Ακόμα και αν έχουμε τη δυνατότητα να μετρήσουμε όλες τις τιμές της έντασης του ήχου σε μια χρονική περίοδο, δεν μπορούμε να τις αποθηκεύσουμε στη μνήμη του υπολογιστή αφού θα χρειαζόταν απεριόριστο πλήθος θέσεων μνήμης. Στην Εικόνα 3.15 παρουσιάζεται η φύση ενός χρονικά μεταβαλλόμενου αναλογικού σήματος, όπως είναι αυτό του ήχου.

Εικόνα 3.15 Ένα ηχητικό σήμα



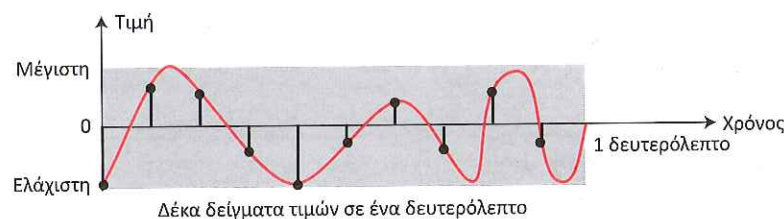
3.4.1 Δειγματοληψία

Αν δεν έχουμε τη δυνατότητα να καταγράψουμε όλες τις τιμές ενός ηχητικού σήματος σε μια χρονική περίοδο, *μπορούμε* εντούτοις να καταγράψουμε τουλάχιστον μερικές από αυτές. **Δειγματοληψία** είναι η επιλογή μόνο ενός πεπερασμένου πλήθους σημείων του αναλογικού σήματος, η μέτρηση των τιμών τους, και η καταγραφή τους. Στην Εικόνα 3.16 φαίνεται μια τέτοια επιλογή δέκα δειγμάτων από ένα σήμα: Κατόπιν μπορούμε να καταγράψουμε αυτές τις τιμές για να αναπαραστήσουμε το αναλογικό σήμα.

Ρυθμός δειγματοληψίας

Το επόμενο λογικό ερώτημα είναι πόσα δείγματα πρέπει να λαμβάνουμε ανά δευτερόλεπτο ώστε να μπορέσουμε να ανακτήσουμε ένα αντίγραφο του αρχικού σήματος. Το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων εξαρτάται από το μέγιστο πλήθος των μεταβολών του αναλογικού σήματος. Έτσι, αν το σήμα είναι ομαλό, χρειαζόμαστε λιγότερα δείγματα, ενώ αν μεταβάλλεται ραγδαία, χρειαζόμαστε περισσότερα δείγματα. Έχει αποδειχθεί ότι για την αναπαραγωγή ενός ηχητικού σήματος αρκεί **ρυθμός δειγματοληψίας** της τάξης των 40.000 δειγμάτων ανά δευτερόλεπτο.

Εικόνα 3.16 Δειγματοληψία ηχητικού σήματος



3.4.2 Κβάντωση

Η τιμή που λαμβάνεται για κάθε δείγμα είναι ένας πραγματικός αριθμός. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε δείγμα του ενός δευτερολέπτου μπορούμε να αποθηκεύσουμε 40.000 πραγματικές τιμές. Ωστόσο, είναι πιο απλό να χρησιμοποιήσουμε για κάθε δείγμα έναν μη προσημασμένο ακέραιο (δηλαδή ένα σχήμα bit). Με τον όρο **κβάντωση** εννοούμε τη διαδικασία στρογγυλοποίησης της τιμής ενός δείγματος στην πλησιέστερη ακέραια τιμή. Για παράδειγμα, αν η πραγματική τιμή είναι 17,2, τότε μπορεί να στρογγυλοποιηθεί προς τα κάτω στο 17. Παρόμοια, αν η τιμή είναι 17,7, τότε μπορεί να στρογγυλοποιηθεί προς τα πάνω στο 18.

3.4.3 Κωδικοποίηση

Η επόμενη εργασία όσον αφορά τον ήχο είναι η κωδικοποίηση. Οι τιμές των κβαντωμένων δειγμάτων πρέπει να κωδικοποιούνται ως σχήματα bit. Σε ορισμένα συστήματα εκχωρούνται θετικές και αρνητικές τιμές στα δείγματα, ενώ σε άλλα απλώς μετατοπίζεται η καμπύλη προς το θετικό μέρος και εκχωρούνται μόνο θετικές τιμές. Με άλλα λόγια, σε ορισμένα συστήματα χρησιμοποιούνται μη προσημασμένοι ακέραιοι για την αναπαράσταση δειγμάτων, ενώ σε άλλα χρησιμοποιούνται προσημασμένοι ακέραιοι για τον ίδιο σκοπό. Ωστόσο, οι προσημασμένοι ακέραιοι δεν χρειάζεται να βρίσκονται στη μορφή συμπληρώματος ως προς δύο, αλλά μπορούν να είναι τιμές προσήμου και μεγέθους. Το αριστερότερο bit χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση του προσήμου (0 για θετικές τιμές και 1 για αρνητικές τιμές), ενώ τα υπόλοιπα bit χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των απόλυτων τιμών.

Bit ανά δείγμα

Το σύστημα πρέπει να αποφασίσει πόσα bit χρειάζεται να δεσμευθούν για κάθε δείγμα. Παρόλο που παλαιότερα εκχωρούνταν μόνο 8 bit σε ηχητικά δείγματα, σήμερα συνήθίζεται να χρησιμοποιούνται 16, 24, ή ακόμα και 32 bit ανά δείγμα. Μερικές φορές, το πλήθος των bit ανά δείγμα αναφέρεται ως **βάθος bit**.

Ρυθμός bit

Αν δεχθούμε ότι B είναι το βάθος bit ή το πλήθος bit ανά δείγμα, και S το πλήθος των δειγμάτων ανά δευτερόλεπτο, τότε για κάθε δευτερόλεπτο ήχου πρέπει να αποθηκεύσουμε $S \times B$ bit. Το γινόμενο αυτό ορισμένες φορές αναφέρεται ως **ρυθμός bit**, R . Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιήσουμε 40.000 δείγματα ανά δευτερόλεπτο και 16 bit για κάθε δείγμα, ο ρυθμός bit είναι $R = 40.000 \times 16 = 640.000$ bit ανά δευτερόλεπτο = 640 kilobit ανά δευτερόλεπτο.

3.4.4 Πρότυπα κωδικοποίησης ήχου

Σήμερα το επικρατέστερο πρότυπο για την αποθήκευση ήχου είναι το **MP3** (συντομογραφία του **MPEG Layer 3**). Το συγκεκριμένο πρότυπο αποτελεί τροποποίηση της μεθόδου συμπίεσης **MPEG** (Motion Picture Experts Group) που χρησιμοποιείται για βίντεο. Χρησιμοποιεί 44.100 δείγματα ανά δευτερόλεπτο και 16 bit ανά δείγμα. Το αποτέλεσμα είναι ένα σήμα με ρυθμό bit 705.600 bit ανά δευτερόλεπτο, το οποίο συμπιέζεται με μια μέθοδο συμπίεσης που απορρίπτει πληροφορίες οι οποίες δεν γίνονται αντιληπτές από το ανθρώπινο αυτί. Η συγκεκριμένη μέθοδος συμπίεσης ονομάζεται απωλεστική. Η άλλη μέθοδος συμπίεσης, η μη απωλεστική, περιγράφεται στο Κεφάλαιο 15.

3.5 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΕΙΚΟΝΩΝ

Οι εικόνες αποθηκεύονται στους υπολογιστές με τη χρήση δύο διαφορετικών τεχνικών: ως γραφικά ράστερ και ως διανυσματικά γραφικά.

3.5.1 Γραφικά ράστερ

Τα **γραφικά ράστερ** (ή ψηφιογραφικές εικόνες, **bitmap**) χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση αναλογικών εικόνων, όπως φωτογραφιών. Μια φωτογραφία αποτελείται από αναλογικά δεδομένα, παρόμοια με τις ηχητικές πληροφορίες: Η διαφορά είναι ότι η ένταση (χρώμα) των δεδομένων μεταβάλλεται ως προς τον χώρο και όχι ως προς τον χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι τα δεδομένα πρέπει, και στην περίπτωση των εικόνων, να λαμβάνονται με δειγματοληψία. Ωστόσο, η δειγματοληψία σε αυτή την περίπτωση ονομάζεται κατά κανόνα **σάρωση**. Επίσης, τα δείγματα ονομάζο-

νται **πίξελ** (pixel, από τη φράση picture element, που σημαίνει **στοιχείο εικόνας** ή **εικονοστοιχείο**). Με άλλα λόγια, ολόκληρη η εικόνα χωρίζεται σε μικρά πίξελ, καθένα από τα οποία έχει μία και μοναδική τιμή έντασης.

Ανάλυση

Όπως και στη δειγματοληψία ήχου, κατά τη σάρωση εικόνων πρέπει να αποφασίζουμε πόσα πίξελ πρέπει να καταγράψουμε για κάθε τετράγωνο ή γραμμική ίντσα. Ο ρυθμός σάρωσης στην επεξεργασία εικόνων ονομάζεται **ανάλυση**. Αν η ανάλυση είναι αρκετά υψηλή, το ανθρώπινο μάτι δεν μπορεί να διακρίνει τις ασυνέχειες στις αναπαραγόμενες εικόνες.

Βάθος χρώματος

Το πλήθος των bit που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός πίξελ, δηλαδή το **βάθος χρώματος**, εξαρτάται από τον τρόπο χειρισμού του χρώματος του πίξελ από τις διαφορετικές τεχνικές κωδικοποίησης. Η αντίληψη του χρώματος έχει να κάνει με το πώς αντιδρούν τα μάτια μας σε μια ακτίνα φωτός. Το ανθρώπινο μάτι έχει διαφορετικούς τύπους κυττάρων *φωτοδεκτών*: Ορισμένα από αυτά αντιδρούν στα τρία βασικά χρώματα, το κόκκινο, το πράσινο, και το μπλε (τα οποία συλλογικά αναφέρονται ως **RGB**, από τα αρχικά των αγγλικών λέξεων red, green, και blue), ενώ άλλα μόλις που αντιδρούν στην ένταση του φωτός.

Φυσικό χρώμα

Μία από τις τεχνικές που εφαρμόζονται για την κωδικοποίηση πίξελ, η οποία ονομάζεται **φυσικό χρώμα**, χρησιμοποιεί 24 bit για την κωδικοποίηση κάθε πίξελ. Με αυτή την τεχνική, καθένα από τα βασικά χρώματα (RGB) αναπαρίσταται από οκτώ bit. Επειδή με αυτή την τεχνική ένα σχήμα 8 bit μπορεί να αναπαραστήσει έναν αριθμό μεταξύ του 0 και του 255, κάθε χρώμα αναπαρίσταται από τρεις δεκαδικούς αριθμούς μεταξύ 0 και 255. Στον Πίνακα 3.4 παρουσιάζονται οι τρεις τιμές για ορισμένα χρώματα αυτής της τεχνικής.

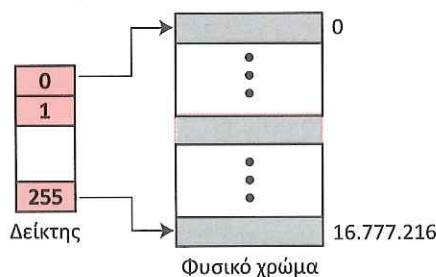
Πίνακας 3.4 Ορισμένα χρώματα που ορίζονται ως φυσικά χρώματα

Χρώμα	Κόκκινο	Πράσινο	Μπλε	Χρώμα	Κόκκινο	Πράσινο	Μπλε
Μαύρο	0	0	0	Κίτρινο	255	255	0
Κόκκινο	255	0	0	Κυανό	0	255	255
Πράσινο	0	255	0	Ματζέντα	255	0	255
Μπλε	0	0	255	Λευκό	255	255	255

Στο μοντέλο φυσικών χρωμάτων μπορούν να κωδικοποιηθούν 2^{24} ή 16.776.216 χρώματα. Με άλλα λόγια, η ένταση του χρώματος κάθε πίξελ έχει μία από αυτές τις τιμές.

Δεικτοδοτημένα χρώματα

Στο μοντέλο φυσικών χρωμάτων χρησιμοποιούνται περισσότερα από 16 εκατομμύρια χρώματα. Ωστόσο, πολλές εφαρμογές δεν χρειάζονται τόσο μεγάλο εύρος χρωμάτων. Στο μοντέλο **δεικτοδοτημένων χρωμάτων**, ή **χρωμάτων παλέτας**, χρησιμοποιείται μόνο ένα τμήμα αυτών των χρωμάτων. Σε αυτό το μοντέλο, κάθε εφαρμογή επιλέγει λίγα (συνήθως 256) χρώματα από το μεγάλο σύνολο χρωμάτων, τα οποία δεικτοδοτεί αντιστοιχίζοντάς τους έναν αριθμό μεταξύ 0 και 255. Αυτό μπορεί να παρομοιαστεί με τη δουλειά ενός ζωγράφου, ο οποίος μπορεί να έχει πάρα πολλά χρώματα στο εργαστήριό του, αλλά κάθε στιγμή χρησιμοποιεί μόνο λίγα στην παλέτα του. Στην Εικόνα 3.17 φαίνεται η σχέση των δεικτοδοτημένων χρωμάτων με τα φυσικά.

Εικόνα 3.17 Σχέση του μοντέλου δεικτοδοτημένων χρωμάτων με το μοντέλο φυσικών χρωμάτων

Η χρήση δεικτοδότησης έχει αποτέλεσμα τη μείωση του πλήθους των bit που απαιτούνται για την αποθήκευση ενός πίξελ. Για παράδειγμα, στο μοντέλο φυσικών χρωμάτων απαιτούνται 24 bit για την αποθήκευση ενός μόνο πίξελ. Στο μοντέλο δεικτοδοτημένων χρωμάτων συνήθως χρησιμοποιούνται 256 δείκτες, και χρειάζονται μόνο οκτώ bit για την αποθήκευση ενός πίξελ. Για παράδειγμα, μια ψηφιακή φωτογραφική μηχανή υψηλής ποιότητας χρησιμοποιεί περίπου τρία εκατομμύρια πίξελ για τη δημιουργία μιας φωτογραφίας διαστάσεων $7,6 \times 12,7$ εκατοστών. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το πλήθος των bit που πρέπει να αποθηκεύονται με τη χρήση κάθε μοντέλου:

Φυσικά χρώματα:	3.000.000	×	24	=	72.000.000
Δεικτοδοτημένα χρώματα:	3.000.000	×	8	=	24.000.000

Πρότυπα κωδικοποίησης εικόνων

Υπάρχουν αρκετά καθιερωμένα πρότυπα που χρησιμοποιούνται για την κωδικοποίηση εικόνων. Το JPEG (Joint Photographic Experts Group, Ομάδα Ενωμένων Ειδικών στη Φωτογραφία) χρησιμοποιεί το μοντέλο φυσικών χρωμάτων, όμως οι εικόνες συμπιέζονται ώστε να μειώνεται το πλήθος των bit (δείτε το Κεφάλαιο 15). Το GIF (Graphic Interchange Format, Μορφή Ανταλλαγής Γραφικών), από την άλλη, χρησιμοποιεί το μοντέλο δεικτοδοτημένων χρωμάτων.

3.5.2 Διανυσματικά γραφικά

Τα γραφικά ράστερ έχουν δύο μειονεκτήματα: Το μέγεθος των αρχείων είναι μεγάλο και η αλλαγή μεγέθους των εικόνων είναι δυσχερής. Αν θελήσουμε να μεγαλώσουμε μια εικόνα ράστερ, θα πρέπει να αυξήσουμε το μέγεθος των πίξελ, με αποτέλεσμα η μεγεθυμένη εικόνα να έχει τραχιά, «οδοντωτή» εμφάνιση. Αντίθετα, με τη μέθοδο κωδικοποίησης των **διανυσματικών γραφικών** δεν αποθηκεύονται τα σχήματα bit για κάθε πίξελ. Κάθε εικόνα αναλύεται σε έναν συνδυασμό από γεωμετρικά σχήματα, όπως ευθύγραμμο τμήματα, τετράγωνα, ή κύκλους. Κάθε γεωμετρικό σχήμα αναπαρίσταται από έναν μαθηματικό τύπο. Για παράδειγμα, ένα ευθύγραμμο τμήμα μπορεί να περιγραφεί με τις συντεταγμένες των σημείων αρχής και τέλους του, ενώ ένας κύκλος από τις συντεταγμένες του κέντρου του και το μήκος της ακτίνας του. Μια διανυσματική εικόνα αποτελείται από μια σειρά από εντολές που ορίζουν τον τρόπο δημιουργίας αυτών των σχημάτων.

Όταν η εικόνα πρόκειται να προβληθεί ή να τυπωθεί, το μέγεθός της δίνεται στο σύστημα ως είσοδος. Το σύστημα κατόπιν επανασχεδιάζει την εικόνα με το νέο μέγεθος χρησιμοποιώντας για τη σχεδίαση τους ίδιους τύπους. Με αυτή τη μέθοδο, κάθε φορά που σχεδιάζεται μια εικόνα, οι τύποι υπολογίζονται εκ νέου. Γι' αυτό, τα διανυσματικά γραφικά αναφέρονται επίσης ως γεωμετρική μοντελοποίηση ή αντικειμενοστρεφή γραφικά.

Ας πάρουμε για παράδειγμα έναν κύκλο με ακτίνα r . Οι βασικές πληροφορίες που χρειάζεται ένα πρόγραμμα για να σχεδιάσει τον κύκλο είναι οι εξής:

1. Η ακτίνα r και η εξίσωση του κύκλου.
2. Η θέση του κέντρου του κύκλου.

3. Το στυλ και το χρώμα του περιγράμματος.
4. Το στυλ και το χρώμα του γεμίσματος.

Όταν μεταβάλλεται το μέγεθος του κύκλου, το πρόγραμμα αλλάζει την τιμή της ακτίνας και επανασχεδιάζει τον κύκλο υπολογίζοντας εκ νέου τις πληροφορίες. Η αλλαγή του μεγέθους του κύκλου δεν μεταβάλλει τον τρόπο σχεδίασής του.

Τα διανυσματικά γραφικά δεν είναι κατάλληλα για την αποθήκευση των λεπτομερειών των φωτογραφικών εικόνων. Γι' αυτόν τον σκοπό προτιμούνται τα γραφικά ράστερ JPEG ή GIF τα οποία παράγουν πολύ καλύτερες και πιο «ζωντανές» εικόνες. Στον αντίποδα, όμως, τα διανυσματικά γραφικά είναι κατάλληλα για εφαρμογές που χρησιμοποιούν κυρίως γεωμετρικά αρχέτυπα για τη δημιουργία εικόνων. Έτσι, χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπως το Flash, καθώς και για τη δημιουργία γραμματοσειρών TrueType (Microsoft, Apple) και PostScript (Adobe). Διανυσματικά γραφικά χρησιμοποιούνται επίσης από συστήματα σχεδίασης με τη βοήθεια υπολογιστή (computer-aided design, ή CAD) για τη δημιουργία μηχανολογικών σχεδίων.

3.6 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΒΙΝΤΕΟ

Ο όρος **βίντεο** αναφέρεται στην αναπαράσταση εικόνων (ονομάζονται **καρέ**) με το πέρασμα του χρόνου. Μια ταινία είναι μια ακολουθία καρέ τα οποία προβάλλονται το ένα μετά το άλλο ώστε να δημιουργούν την εντύπωση της κίνησης. Με άλλα λόγια, το βίντεο είναι η αναπαράσταση πληροφοριών που μεταβάλλονται στον χώρο (μία εικόνα) και στον χρόνο (μια ακολουθία από εικόνες). Έτσι, αν γνωρίζουμε πώς να αποθηκεύσουμε μια εικόνα στον υπολογιστή, γνωρίζουμε επίσης και πώς να αποθηκεύσουμε βίντεο: Κάθε εικόνα ή καρέ μετατρέπεται σε ένα σύνολο από σχήματα bit και κατόπιν αποθηκεύεται. Ο συνδυασμός των εικόνων αναπαριστά το βίντεο. Το βίντεο σήμερα κατά κανόνα συμπίεζεται. Στο Κεφάλαιο 15 θα μιλήσουμε για τη συμπίεση MPEG, μια δημοφιλή τεχνική συμπίεσης βίντεο.

3.7 ΣΥΝΟΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

3.7.1 Προτεινόμενα βιβλία

Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τα θέματα που περιγράφονται σε αυτό το κεφάλαιο σας προτείνουμε τα παρακάτω βιβλία:

- ❑ Halsall, F. *Multimedia Communication*, Boston, MA: Addison Wesley, 2001
- ❑ Koren, I. *Computer Arithmetic Algorithms*, Natick, MA: A K Peters, 2001
- ❑ Long, B. *Complete Digital Photography*, Hingham, MA: Charles River Media, 2000
- ❑ Mano, M. *Computer System Architecture*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1993
- ❑ Miano, J. *Compressed Image File Formats*, Boston, MA: Addison Wesley, 1999

3.7.2 Βασικοί όροι

bit 62	byte 63
MP3 85	MPEG 85
RGB 86	Unicode 83
Αμερικανικό Ινστιτούτο Εθνικών Προτύπων (American National Standards Institute, ANSI) 83	Αμερικανικός Πρότυπος Κώδικας Ανταλλαγής Πληροφοριών (American Standard Code for Information Interchange, ASCII) 83

αναλογικός 84	ανάλυση 86
αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής 74	αναπαράσταση πλεονάσματος 77
αναπαράσταση προσήμου και μεγέθους 67	αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής 64
αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο 69	βάθος bit 85
βάθος χρώματος 86	βίντεο 88
γραφικό ράστερ 85	δειγματοληψία 84
δεικτοδοτημένα χρώματα 86	διανυσματικό γραφικό 87
δυαδικό ψηφίο 62	ήχος 83
κανονικοποίηση 76	καρέ 88
κβάντωση 84	κείμενο 82
κώδικας 83	μη προσημασμένος ακέραιος 65
Μορφή Ανταλλαγής Γραφικών (Graphic Interchange Format, GIF) 87	Ομάδα Ενωμένων Ειδικών στη Φωτογραφία (Joint Photographer Expert Group, JPEG) 87
πίξελ (εικονοστοιχείο) 86	πλεόνασμα του 1023 78
πλεόνασμα του 127 78	πραγματικός αριθμός 74
ρυθμός bit 85	ρυθμός δειγματοληψίας 84
σάρωση 85	σημαινόμενο τμήμα 77
συμπλήρωμα ως προς δύο 70	συμπλήρωμα ως προς ένα 70
σφάλμα περικοπής 82	σχήμα bit 63
υπερχείλιση 66	υποχείλιση 81
φυσικό χρώμα 86	χρώματα παλέτας 86
ψηφιακός 83	ψηφιογραφική εικόνα 85

3.7.3 Περίληψη

- ❑ Τα δεδομένα συναντώνται σε διάφορες μορφές, στις οποίες περιλαμβάνονται αριθμοί, κείμενο, ήχος, εικόνες, και βίντεο. Όλοι οι τύποι δεδομένων μετατρέπονται σε μια ενιαία αναπαράσταση που ονομάζεται σχήμα bit.
- ❑ Προτού οι αριθμοί αποθηκευτούν στη μνήμη του υπολογιστή, μετατρέπονται στο δυαδικό σύστημα. Υπάρχουν πολλοί τρόποι για τον χειρισμό του προσήμου. Υπάρχουν δύο τρόποι χειρισμού της υποδιαστολής: η μορφή σταθερής υποδιαστολής (fixed-point) και η μορφή κινητής υποδιαστολής (floating-point). Ως ακέραιος μπορεί να θεωρηθεί ένας αριθμός στον οποίο η θέση της υποδιαστολής είναι σταθερή: Η υποδιαστολή βρίσκεται στα δεξιά του λιγότερο σημαντικού bit. Ένας μη προσημασμένος ακέραιος δεν μπορεί ποτέ να είναι αρνητικός. Μία από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση προσημασμένων ακεραίων είναι η μορφή προσήμου και μεγέθους. Σε αυτή τη μορφή, το αριστερότερο bit χρησιμοποιείται για

την αναπαράσταση του προσήμου και τα υπόλοιπα bit καθορίζουν το μέγεθος. Το πρόσημο και το μέγεθος διαχωρίζονται. Σχεδόν όλοι οι υπολογιστές χρησιμοποιούν την αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο για την αποθήκευση προσημασμένων ακεραίων σε θέσεις μήκους n bit. Με αυτή τη μέθοδο, το διαθέσιμο εύρος για μη προσημασμένους ακεραίους διαιρείται σε δύο ίσα υποδιαστήματα. Το πρώτο μισό χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση μη αρνητικών ακεραίων, ενώ το δεύτερο για την αναπαράσταση αρνητικών ακεραίων. Στην αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο, το πρόσημο του ακεραίου καθορίζεται από το αριστερότερο bit, όμως το πρόσημο και το μέγεθος δεν διαχωρίζονται. Πραγματικός είναι ένας αριθμός που αποτελείται από ένα ακέραιο και ένα κλασματικό μέρος. Οι πραγματικοί αριθμοί αποθηκεύονται στον υπολογιστή με τη χρήση αναπαράστασης κινητής υποδιαστολής. Η αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής ενός αριθμού αποτελείται από τρία μέρη: το πρόσημο, τον μετατοπιστή (shifter), και έναν αριθμό σταθερής υποδιαστολής.

- ❑ Σε οποιαδήποτε γλώσσα, ένα τμήμα κειμένου είναι μια ακολουθία συμβόλων. Κάθε σύμβολο μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα σχήμα bit. Για την αναπαράσταση συμβόλων κειμένου έχουν σχεδιαστεί διάφορα σύνολα σχημάτων bit (κώδικες). Ένας συνασπισμός από κατασκευαστές υλικού και λογισμικού σχεδίασε τον κώδικα Unicode, ο οποίος χρησιμοποιεί 32 bit για την αναπαράσταση ενός συμβόλου.
- ❑ Ο όρος «audio» (ήχος) αναφέρεται στην αναπαράσταση ήχου ή μουσικής. Ο ήχος είναι αναλογικά δεδομένα. Δεν έχουμε τη δυνατότητα να καταγράψουμε απεριόριστο πλήθος τιμών σε ένα χρονικό διάστημα, παρά μόνο ορισμένα δείγματα. Το πλήθος των απαιτούμενων δειγμάτων εξαρτάται από το μέγιστο πλήθος των μεταβολών του αναλογικού σήματος. Η τιμή που λαμβάνεται για κάθε δείγμα είναι ένας πραγματικός αριθμός. Η κβάντωση αναφέρεται στη διαδικασία στρωγγυλοποίησης των τιμών των δειγμάτων σε ακεραίους.
- ❑ Για την αποθήκευση εικόνων χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικές τεχνικές: τα γραφικά ράστερ και τα διανυσματικά γραφικά. Τα γραφικά ράστερ (ή ψηφιογραφικές εικόνες, bitmap) χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση αναλογικών εικόνων, όπως φωτογραφιών. Σε αυτή τη μέθοδο, η εικόνα σαρώνεται (υπόκειται σε δειγματοληψία) για να αποθηκευθούν εικονοστοιχεία ή πίξελ. Στη μέθοδο των διανυσματικών γραφικών, μια εικόνα αναλύεται σε έναν συνδυασμό από γεωμετρικά σχήματα, όπως ευθύγραμμα τμήματα, τετράγωνα, ή κύκλους. Κάθε γεωμετρικό σχήμα αναπαρίσταται από έναν μαθηματικό τύπο.
- ❑ Ο όρος βίντεο αναφέρεται στην αναπαράσταση εικόνων (ονομάζονται καρέ) με το πέρασμα του χρόνου. Μια ταινία είναι μια ακολουθία καρέ τα οποία προβάλλονται το ένα μετά το άλλο ώστε να δημιουργούν την εντύπωση της συνεχόμενης κίνησης. Με άλλα λόγια, το βίντεο είναι η αναπαράσταση πληροφοριών που μεταβάλλονται στον χώρο (μία εικόνα) και στον χρόνο (μια ακολουθία από εικόνες).

3.8 ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.8.1 Ερωτήσεις γνώσεων

Γ3-1. Ένα byte αποτελείται από _____ bit.

α. 2

γ. 8

β. 4

δ. 16

Γ3-2. Σε ένα σύνολο 64 συμβόλων, για κάθε σύμβολο απαιτείται ένα σχήμα bit μήκους _____ bit.

α. 4

γ. 6

β. 5

δ. 7

- Γ3-3.** Πόσα σύμβολα μπορούν να αναπαρασταθούν με ένα σχήμα bit μήκους δέκα bit;
- α. 128
β. 256
γ. 512
δ. 1024
- Γ3-4.** Αν ο κωδικός ASCII για το γράμμα E είναι ο 1000101, τότε ο κωδικός ASCII για το γράμμα e είναι ο _____. Να απαντήσετε την ερώτηση χωρίς να ανατρέξετε στον πίνακα ASCII.
- α. 1000110
β. 1000111
γ. 0000110
δ. 1100101
- Γ3-5.** Για την αναπαράσταση συμβόλων σε όλες τις γλώσσες χρησιμοποιείται ένας κώδικας 32 bit που ονομάζεται _____.
- α. ANSI
β. Unicode
γ. EBCDIC
δ. Διευρυμένος κώδικας ASCII
- Γ3-6.** Μια εικόνα μπορεί να αναπαρασταθεί σε έναν υπολογιστή με _____.
- α. την ψηφιογραφική μέθοδο
β. τη διανυσματική μέθοδο
γ. το σύστημα πλεονάσματος
δ. είτε την ψηφιογραφική είτε τη διανυσματική μέθοδο
- Γ3-7.** Στη(ν) _____ μέθοδο αναπαράστασης εικόνων σε υπολογιστές, κάθε πίξελ αντιστοιχίζεται σε ένα ή περισσότερα σχήματα bit.
- α. ψηφιογραφική
β. διανυσματική
γ. κβαντωμένη
δ. δυαδική
- Γ3-8.** Στη(ν) _____ μέθοδο αναπαράστασης εικόνων σε υπολογιστές, η εικόνα αναλύεται σε έναν συνδυασμό γεωμετρικών σχημάτων.
- α. ψηφιογραφική
β. διανυσματική
γ. κβαντωμένη
δ. δυαδική
- Γ3-9.** Στη(ν) _____ μέθοδο αναπαράστασης εικόνων σε υπολογιστές, η αλλαγή μεγέθους της εικόνας έχει ως αποτέλεσμα μια τραχιά, «οδοντωτή» εμφάνιση.
- α. ψηφιογραφική
β. διανυσματική
γ. κβαντωμένη
δ. δυαδική
- Γ3-10.** Για την αποθήκευση μουσικής σε έναν υπολογιστή, στο ηχητικό σήμα πρέπει να γίνει _____.
- α. δειγματοληψία
β. κβάντωση
γ. κωδικοποίηση
δ. δειγματοληψία, κβάντωση και κωδικοποίηση

3.8.2 Ερωτήσεις επανάληψης

- E3-1.** Να αναφέρετε πέντε τύπους δεδομένων τους οποίους μπορεί να επεξεργαστεί ο υπολογιστής;
- E3-2.** Πώς σχετίζεται το μήκος ενός σχήματος bit με το πλήθος των συμβόλων που μπορούν να αναπαρασταθούν από το συγκεκριμένο σχήμα;
- E3-3.** Με ποιον τρόπο αναπαρίσταται μια εικόνα ως σχήμα bit με την ψηφιογραφική μέθοδο;
- E3-4.** Ποιο είναι το πλεονέκτημα της διανυσματικής μεθόδου αναπαράστασης γραφικών σε σχέση με την ψηφιογραφική μέθοδο; Ποιο είναι το μειονέκτημα;
- E3-5.** Ποια βήματα απαιτούνται για τη μετατροπή δεδομένων ήχου σε σχήματα bit;
- E3-6.** Να συγκρίνετε την αναπαράσταση θετικών ακεραίων σε μη προσημασμένη μορφή, σε μορφή προσήμου και μεγέθους, και σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.
- E3-7.** Να συγκρίνετε την αναπαράσταση αρνητικών ακεραίων σε μορφή προσήμου και μεγέθους, και σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο.
- E3-8.** Να συγκρίνετε την αναπαράσταση του μηδέν σε μορφή προσήμου και μεγέθους, σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο, και στις μορφές πλεονάσματος.
- E3-9.** Να περιγράψετε τη σημασία του αριστερότερου bit στις μορφές προσήμου και μεγέθους και συμπληρώματος ως προς δύο.
- E3-10.** Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις σχετικά με τις αναπαραστάσεις κινητής υποδιαστολής των πραγματικών αριθμών:
- Γιατί είναι απαραίτητη η κανονικοποίηση;
 - Τι είναι το σημεινόμενο τμήμα;
 - Μετά την κανονικοποίηση ενός αριθμού, τι είδους πληροφορίες αποθηκεύει στη μνήμη ο υπολογιστής;

3.8.3 Προβλήματα

- P3-1.** Πόσα διαφορετικά σχήματα των 5 bit μπορούν να κατασκευαστούν;
- P3-2.** Σε ορισμένες χώρες, οι πινακίδες κυκλοφορίας των οχημάτων έχουν δύο δεκαδικά ψηφία (από 0 έως 9). Πόσες διαφορετικές πινακίδες μπορούν να κατασκευαστούν; Αν το ψηφίο 0 δεν επιτρέπεται στις πινακίδες κυκλοφορίας των οχημάτων, πόσες διαφορετικές πινακίδες μπορούν να κατασκευαστούν;
- P3-3.** Επαναλάβετε το Πρόβλημα P3-2 για πινακίδες κυκλοφορίας που έχουν δύο ψηφία ακολουθούμενα από τρία κεφαλαία γράμματα (Α μέχρι Ζ, στο λατινικό αλφάβητο).
- P3-4.** Μια μηχανή έχει οκτώ διαφορετικούς κύκλους. Πόσα bit χρειάζονται για την αναπαράσταση κάθε κύκλου;
- P3-5.** Η βαθμολογία ενός σπουδαστή σε ένα μάθημα μπορεί να είναι Α, Β, C, D, F, W (διακοπή), ή I (ανεπαρκής). Πόσα bit χρειάζονται για την αναπαράσταση της βαθμολογίας;
- P3-6.** Μια εταιρεία αποφασίζει να αντιστοιχίσει ένα μοναδικό σχήμα bit σε κάθε υπάλληλό της. Αν η εταιρεία έχει 900 υπαλλήλους, ποιο είναι το ελάχιστο πλήθος bit που θα χρειαστούν γι' αυτό το σύστημα αναπαράστασης; Πόσα σχήματα θα περισσέψουν; Αν η εταιρεία προσλάβει άλλους 300 υπαλλήλους, θα πρέπει να αυξήσει το πλήθος των bit ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- P3-7.** Αν χρησιμοποιήσουμε ένα σχήμα 4 bit για να αναπαραστήσουμε τα ψηφία από 0 έως 9, πόσα σχήματα bit θα μείνουν κενά;

- Π3-18.** Να μετατρέψετε τους παρακάτω αριθμούς σε μορφή IEEE των 32 bit.
- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| α. $-2^0 \times 1,10001$ | γ. $+2^{-4} \times 1,01110011$ |
| β. $+2^3 \times 1,111111$ | δ. $-2^{-5} \times 1,01101000$ |
- Π3-19.** Να μετατρέψετε τους παρακάτω αριθμούς σε μορφή IEEE των 64 bit.
- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| α. $-2^0 \times 1,10001$ | γ. $+2^{-4} \times 1,01110011$ |
| β. $+2^3 \times 1,111111$ | δ. $-2^{-5} \times 1,01101000$ |
- Π3-20.** Να μετατρέψετε τους παρακάτω αριθμούς σε μορφή IEEE των 32 bit.
- | | |
|----------------------|--------------------|
| α. 7,1875 | γ. 11,40625 |
| β. -12,640625 | δ. -0,375 |
- Π3-21.** Οι παρακάτω αριθμοί είναι δυαδικοί αριθμοί προσήμου και μεγέθους σε δέσμευση 8 bit. Να τους μετατρέψετε στο δεκαδικό σύστημα.
- | | |
|--------------------|--------------------|
| α. 01110111 | γ. 01110100 |
| β. 11111100 | δ. 11001110 |
- Π3-22.** Να μετατρέψετε τους παρακάτω δεκαδικούς ακεραίους σε μορφή προσήμου και μεγέθους με δέσμευση 8 bit.
- | | |
|----------------|---------------|
| α. 53 | γ. -5 |
| β. -107 | δ. 154 |
- Π3-23.** Μία μέθοδος αναπαράστασης προσημασμένων αριθμών στον υπολογιστή είναι η αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς ένα. Για την αναπαράσταση ενός θετικού αριθμού με αυτή τη μέθοδο, αποθηκεύουμε τον αριθμό στη δυαδική μορφή του. Για την αναπαράσταση ενός αρνητικού αριθμού, εφαρμόζουμε σε αυτόν την πράξη του συμπληρώματος ως προς ένα. Να αποθηκεύσετε τους παρακάτω δεκαδικούς ακεραίους σε μορφή συμπληρώματος ως προς ένα με δέσμευση 8 bit.
- | | |
|----------------|---------------|
| α. 53 | γ. -5 |
| β. -107 | δ. 154 |
- Π3-24.** Οι παρακάτω αριθμοί είναι δυαδικοί αριθμοί συμπληρώματος ως προς ένα σε δέσμευση 8 bit. Να τους μετατρέψετε στο δεκαδικό σύστημα.
- | | |
|--------------------|--------------------|
| α. 01110111 | γ. 01110100 |
| β. 11111100 | δ. 11001110 |
- Π3-25.** Αν εφαρμόσουμε δύο φορές σε έναν αριθμό την πράξη του συμπληρώματος ως προς ένα, παίρνουμε ως αποτέλεσμα τον αρχικό αριθμό. Να εφαρμόσετε την πράξη του συμπληρώματος ως προς ένα στους παρακάτω αριθμούς από δύο φορές, για να δείτε αν όντως αυτό ισχύει.
- | | |
|--------------------|--------------------|
| α. 01110111 | γ. 01110100 |
| β. 11111100 | δ. 11001110 |
- Π3-26.** Μια εναλλακτική μέθοδος για να βρούμε το συμπλήρωμα ως προς δύο ενός αριθμού είναι να βρούμε πρώτα το συμπλήρωμά του ως προς ένα και κατόπιν να προσθέσουμε 1 στο αποτέλεσμα. (Θα εξηγήσουμε την πρόσθεση δυαδικών ακεραίων στο Κεφάλαιο 4.) Να δοκιμάσετε και τις δύο μεθόδους με τους παρακάτω αριθμούς για να συγκρίνετε τα αποτελέσματα.
- | | |
|--------------------|--------------------|
| α. 01110111 | γ. 01110100 |
| β. 11111100 | δ. 11001110 |

- Π3-27.** Το ισοδύναμο του συμπληρώματος ως προς ένα στο δυαδικό σύστημα είναι το συμπλήρωμα ως προς εννέα στο δεκαδικό σύστημα ($1 = 2 - 1$ και $9 = 10 - 1$). Με δέσμευση n ψηφίων, μπορούμε να αναπαραστήσουμε αριθμούς συμπληρώματος ως προς εννέα στο διάστημα τιμών $-[(10^n/2) - 1]$ έως $+(10^n/2 - 1)$. Το συμπλήρωμα ως προς εννέα ενός αριθμού με δέσμευση n ψηφίων προκύπτει ως εξής: Αν ο αριθμός είναι θετικός, το συμπλήρωμα ως προς εννέα είναι ο ίδιος ο αριθμός. Αν ο αριθμός είναι αρνητικός, αφαιρούμε κάθε ψηφίο από το 9. Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις για δέσμευση τριών ψηφίων:
- Ποιο είναι το διάστημα τιμών των αριθμών που μπορούμε να αναπαραστήσουμε χρησιμοποιώντας τη μορφή συμπληρώματος ως προς εννέα;
 - Πώς μπορούμε να καθορίσουμε το πρόσημο ενός αριθμού σε αυτό το σύστημα;
 - Σε αυτό το σύστημα υπάρχουν δύο μηδέν;
 - Αν η απάντηση στο ερώτημα (γ) είναι καταφατική, ποια αναπαράσταση χρησιμοποιείται για το +0 και ποια για το -0;
- Π3-28.** Με δέσμευση τριών ψηφίων, να βρείτε το συμπλήρωμα ως προς δέκα των παρακάτω δεκαδικών αριθμών.
- | | |
|----------------|----------------|
| α. +234 | γ. -125 |
| β. +560 | δ. -111 |
- Π3-29.** Το ισοδύναμο του συμπληρώματος ως προς δύο στο δυαδικό σύστημα είναι το συμπλήρωμα ως προς δέκα στο δεκαδικό σύστημα (στο δυαδικό σύστημα η βάση είναι το 2, ενώ στο δεκαδικό σύστημα η βάση είναι το 10). Χρησιμοποιώντας δέσμευση n ψηφίων, μπορούμε να αναπαραστήσουμε αριθμούς στο διάστημα τιμών $-(10^n/2)$ έως $+(10^n/2 - 1)$ στη μορφή συμπληρώματος ως προς δέκα. Για να πάρουμε το συμπλήρωμα ως προς δέκα ενός αριθμού με δέσμευση n ψηφίων, πρώτα βρίσκουμε το συμπλήρωμα ως προς εννέα του αριθμού και έπειτα προσθέτουμε 1 στο αποτέλεσμα. Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις για δέσμευση τριών ψηφίων:
- Ποιο είναι το διάστημα τιμών των αριθμών που μπορούμε να αναπαραστήσουμε χρησιμοποιώντας τη μορφή συμπληρώματος ως προς δέκα;
 - Πώς μπορούμε να καθορίσουμε το πρόσημο ενός αριθμού σε αυτό το σύστημα;
 - Σε αυτό το σύστημα υπάρχουν δύο μηδέν;
 - Αν η απάντηση στο ερώτημα (γ) είναι καταφατική, ποια αναπαράσταση χρησιμοποιείται για το +0 και ποια για το -0;
- Π3-30.** Με δέσμευση τριών ψηφίων, να βρείτε το συμπλήρωμα ως προς δέκα των ακόλουθων δεκαδικών αριθμών:
- | | |
|----------------|----------------|
| α. +234 | γ. -125 |
| β. +560 | δ. -111 |
- Π3-31.** Το ισοδύναμο του συμπληρώματος ως προς ένα στο δυαδικό σύστημα είναι το συμπλήρωμα ως προς δεκαπέντε στο δεκαεξαδικό σύστημα ($1 = 2 - 1$ και $15 = 16 - 1$).
- Ποιο είναι το διάστημα τιμών των αριθμών που μπορούμε να αναπαραστήσουμε στη μορφή συμπληρώματος ως προς δεκαπέντε με δέσμευση τριών ψηφίων;
 - Να εξηγήσετε πώς μπορούμε να βρούμε το συμπλήρωμα ως προς δεκαπέντε ενός αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα.
 - Σε αυτό το σύστημα υπάρχουν δύο μηδέν;
 - Αν η απάντηση στο ερώτημα (γ) είναι καταφατική, ποια αναπαράσταση χρησιμοποιείται για το +0 και ποια για το -0;

Π3-32. Με δέσμευση τριών ψηφίων, να βρείτε το συμπλήρωμα ως προς δεκαπέντε των παρακάτω δεκαεξαδικών αριθμών:

α. +B14

γ. -1A

β. +FE1

δ. -1E2

Π3-33. Το ισοδύναμο του συμπληρώματος ως προς δύο στο δυαδικό σύστημα είναι το συμπλήρωμα ως προς δεκαέξι στο δεκαεξαδικό σύστημα.

α. Ποιο είναι το διάστημα τιμών των αριθμών που μπορούμε να αναπαραστήσουμε στη μορφή συμπληρώματος ως προς δεκαέξι με δέσμευση τριών ψηφίων;

β. Να εξηγήσετε πώς μπορούμε να βρούμε το συμπλήρωμα ως προς δεκαέξι ενός αριθμού στο δεκαεξαδικό σύστημα.

γ. Σε αυτό το σύστημα υπάρχουν δύο μηδέν;

δ. Αν η απάντηση στο ερώτημα (γ) είναι καταφατική, ποια αναπαράσταση χρησιμοποιείται για το +0 και ποια για το -0;

Π3-34. Με δέσμευση τριών ψηφίων, να βρείτε το συμπλήρωμα ως προς δεκαέξι των παρακάτω δεκαεξαδικών αριθμών:

α. +B14

γ. -1A

β. +FE1

δ. -1E2

