

# Λύσεις Ασκήσεων

## Μηχανική Περιβάλλοντος

### 1. Εισαγωγή

#### Άσκηση 1

Πόσος χρόνος χρειάζεται για να ζεσταθεί το νερό ηλεκτρικού θερμοσίφωνα, όγκου 40 γαλονιών, από τους 10 °C στους 60 °C, αν η ισχύς της αντίστασης είναι 5 KW. Θεωρείστε ότι όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική, ενώ η ενέργεια που προσδίδεται στο δοχείο και οι απώλειες θερμότητας είναι αμελητέες. Δίνεται ότι  $c=1 \text{ Kcal/Kg } ^\circ\text{C}$ .

#### Λύση:

Σύμφωνα με τον Α νόμο της θερμοδυναμικής ισχύει ότι:

$$\text{Εισερχόμενη } E = \text{Εξερχόμενη } E + \Delta E_{\text{εσωτ}}$$

Ο υπολογισμός της Εισερχόμενης  $E$  γίνεται πολλαπλασιάζοντας την ισχύ του θερμοσίφωνα με το χρόνο που λειτουργίας του. Δηλαδή:

$$\text{Εισερχόμενη } E = \text{Ισχύς} \times t = 5 \text{ KW} \times t = 5 \times 10^3 \text{ (J/s)} \times t$$

Δεδομένου ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας από τη δεξαμενή, η εξερχόμενη ενέργεια είναι μηδενική. Η μεταβολή της αποθηκευμένης ενέργειας δίνεται από την εξίσωση:

$$\Delta E_{\text{εσωτ}} = m c \Delta T$$

Όπου:

$$m = 40 \text{ γαλόνια} \times 3,75 \text{ L/γαλόνι} \times 10^3 \text{ g/L} = 150 \times 10^3 \text{ g}$$

$$c = 1 \text{ Kcal/Kg } ^\circ\text{C} = 4,184 \text{ J/g } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 60 - 10 = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Άρα με αντικατάσταση στην πρώτη εξίσωση προκύπτει:

$$5 \times 10^3 \text{ (J/s)} \times t = (150 \times 10^3 \text{ g}) \times (4,184 \text{ J/g } ^\circ\text{C}) \times (50 \text{ } ^\circ\text{C}) \Rightarrow$$

$$t = 6276 \text{ s} \times (1 \text{ h} / 3600 \text{ s}) = \mathbf{1,74 \text{ h}}$$

#### Άσκηση 2

Σε έναν ατμοηλεκτρικό σταθμό παραγωγής ενέργειας η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται αποτελεί το 1/3 της θερμικής ενέργειας του καυσίμου. Η ηλεκτρική ισχύς της μονάδας είναι 1000 MW. Το υπόλοιπο της ενέργειας χάνεται στο περιβάλλον ως θερμότητα. Το 15% της αποβαλλόμενης θερμότητας απομακρύνεται μέσω των απαερίων, ενώ το υπόλοιπο 85% μέσω των νερών ψύξης που λαμβάνονται από παρακείμενο ποτάμι. Το συγκεκριμένο ποτάμι έχει παροχή 100 m<sup>3</sup>/s και θερμοκρασία 20 °C. Αν η θερμοκρασία του νερού ψύξης επιτρέπεται να αυξηθεί μόνο κατά 10 °C, τι παροχή νερού απαιτείται από το ποτάμι; Ποια θα είναι η θερμοκρασία του ποταμού μετά την απόρριψη σε αυτό του νερού ψύξης;

#### Λύση:

Καθώς τα 1000 MW ισούται με το 1/3 της εισερχόμενης ενέργειας στο εργοστάσιο, τότε αυτή θα ισούται με:

Εισερχόμενη Ενέργεια = Εξερχόμενη Ενέργεια / 0,333 => Εισερχόμενη Ενέργεια = 1000 MW / 0,333 = 3000 MW

Άρα οι Απώλειες = 3000 – 1000 = 2000 MW

Δεδομένου ότι το 15% της αποβαλλόμενης θερμότητας απομακρύνεται μέσω των απαερίων, η ενέργεια που χάνεται είναι  $0,15 \times 2000 \text{ MW} = 300 \text{ MW}$

Και η ενέργεια που χάνεται στο νερό ψύξης είναι  $0,85 \times 2000 \text{ MW} = 1700 \text{ MW}$ .

A) Για να βρεθεί η παροχή του νερού ψύξης ( $V^0$ ) που απαιτείται για να απομακρυνθεί ενέργεια ίση με 1700 MW χρησιμοποιούμε πρώτα την παρακάτω εξίσωση ( $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ J/s}$ ):

Ρυθμός μεταφοράς της αποθηκευμένης ενέργειας =  $m^0 c \Delta T \Rightarrow$

$$1700 \times 10^6 \text{ J/s} = m^0 \times 4184 \text{ J/Kg } ^\circ\text{C} \times 10 ^\circ\text{C} \Rightarrow$$

$$m^0 = 40,63 \times 10^3 \text{ Kg/s}$$

Από το τύπο της πυκνότητας, και δεδομένου ότι η πυκνότητα του νερού είναι  $1000 \text{ Kg/m}^3$ , βρίσκω το  $V^0$ :

$$\rho = m^0 / V^0 \Rightarrow V^0 = (40,63 \times 10^3 \text{ Kg/s}) / (1000 \text{ Kg/m}^3) = 40,63 \text{ m}^3/\text{s}$$

B) Για τον υπολογισμό της νέας θερμοκρασίας του ποταμού χρησιμοποιείται πάλι η ίδια εξίσωση χρησιμοποιώντας ως  $m^0 = (100 \text{ m}^3/\text{s}) \times (1000 \text{ Kg/ m}^3)$ :

Ρυθμός μεταφοράς της αποθηκευμένης ενέργειας =  $m^0 c \Delta T \Rightarrow$

$$1700 \text{ MW} \times (10^6 \text{ J/sec} / \text{MW}) = 100 \text{ m}^3/\text{sec} \times 10^3 \text{ Kg/m}^3 \times 4184 \text{ J/Kg } ^\circ\text{C} \times \Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta T = 4,1 ^\circ\text{C}$$

Άρα η θερμοκρασία του ποταμού θα αυξηθεί κατά  $4,1 ^\circ\text{C}$ , δηλαδή θα φθάσει τους  $24,1 ^\circ\text{C}$ .

## 2. Μονάδες Μέτρησης και Ισοζύγια Μάζας

### Άσκηση 1

Σε ένα χαλυβουργείο τα απόβλητα των δύο γραμμών παραγωγής απορρίπτονται σε μία δεξαμενή και από εκεί με συνεχή ροή οδηγούνται για επεξεργασία. Τα απόβλητα της γραμμής 1 έχουν παροχή  $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωση σε χρώμιο (Cr) ίση με  $10 \text{ mg/l}$ , ενώ τα απόβλητα της γραμμής 2 έχουν παροχή  $1,5 \text{ m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωση σε χρώμιο (Cr) ίση με  $2 \text{ mg/l}$ . Να βρεθεί η συνολική παροχή και η συγκέντρωση Cr στα απόβλητα που εξέρχονται από τη δεξαμενή. Θεωρείστε ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες και το χρώμιο αποτελεί μη μετατρέψιμο χημικό είδος.

### Λύση:

Το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε είναι η δεξαμενή του χαλυβουργείου, ενώ η ουσία που μας ενδιαφέρει είναι το χρώμιο.

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και το χρώμιο αποτελεί μη μετατρέψιμο χημικό είδος (μηδενικές μετατροπές), ισχύει το ισοζύγιο:

$$\begin{aligned} \text{Εισροές} &= \text{Εκροές} \\ (Q_1 \times C_1) + (Q_2 \times C_2) &= Q \times C \end{aligned}$$

Όπου,

$Q_1, C_1$  = παροχή και συγκέντρωση, αντίστοιχα, γραμμής 1

$Q_2, C_2$  = παροχή και συγκέντρωση, αντίστοιχα, γραμμής 2

$Q, C$  = παροχή και συγκέντρωση χρωμίου στην έξοδο της δεξαμενής

Η παροχή στην έξοδο της δεξαμενής,  $Q$  ισούται με το άθροισμα των  $Q_1$  και  $Q_2$ , δηλαδή με  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Άρα η συγκέντρωση στην έξοδο της δεξαμενής ισούται με:

$$\begin{aligned} (0,5 \text{ m}^3/\text{s} \times 10 \text{ mg/L}) + (1,5 \text{ m}^3/\text{s} \times 2 \text{ mg/L}) &= (0,5 + 1,5) \text{ m}^3/\text{s} \times C \Rightarrow \\ C &= 4 \text{ mg/L} \end{aligned}$$

### Άσκηση 2

Χείμαρρος που ρέει με παροχή  $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$  ενώνεται με ποταμό παροχής  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ . Η συγκέντρωση των χλωριόντων ανάντη του σημείου τομής ποταμού – χείμαρρου είναι  $20 \text{ mg/l}$ , ενώ η συγκέντρωση των χλωριόντων στο χείμαρρο  $40 \text{ mg/l}$ . Θεωρώντας ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες και ότι τα χλωριόντα αποτελούν μη μετατρέψιμο χημικό είδος, να υπολογιστεί η συγκέντρωση των χλωριόντων κατάντη του σημείου τομής.

### Λύση:

Το σύστημα στο οποίο αναφερόμαστε αποτελείται από τον ποταμό και το χείμαρρο, ενώ η ουσία που μας ενδιαφέρει είναι τα χλωριόντα.

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και τα χλωριόντα αποτελούν μη μετατρέψιμο χημικό είδος (μηδενικές μετατροπές), ισχύει το ισοζύγιο μάζας:

$$\begin{aligned} \text{Εισροές} &= \text{Εκροές} \Rightarrow \\ (Q_\alpha \times C_\alpha) + (Q_\chi \times C_\chi) &= Q \times C \end{aligned}$$

Όπου,

$Q_\alpha, C_\alpha$  = παροχή και συγκέντρωση ποταμού,

$Q_\chi, C_\chi$  = παροχή και συγκέντρωση χείμαρρου,

$Q, C$  = παροχή και συγκέντρωση κατάντη του σημείου τομής

Η παροχή κατόντη του σημείου τομής,  $Q$  ισούται με το άθροισμα των  $Q_a$  και  $Q_\gamma$ . Άρα η συγκέντρωση κατόντη του σημείου τομής ισούται με:

$$(10 \text{ m}^3/\text{s} \times 20 \text{ mg/L}) + (0,5 \text{ m}^3/\text{s} \times 40 \text{ mg/L}) = (10 + 0,5) \text{ m}^3/\text{s} \times C \Rightarrow$$

$$C = 20,95 \text{ mg/L}$$

### Άσκηση 3

Ένας ποταμός με συγκέντρωση 400 ppm αλάτων (μη μετατρέψιμο χημικό είδος) και παροχή 25  $\text{m}^3/\text{s}$  δέχεται ρεύμα αποβλήτων παροχής 5  $\text{m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωσης 2000 mg/L αλάτων. Μία πόλη που βρίσκεται κατόντη του σημείου απόρριψης των αποβλήτων, αντλεί νερό από τον ποταμό και το αναμιγνύει με ποσότητα νερού που προέρχεται από γεώτρηση και η οποία έχει μηδενική συγκέντρωση αλάτων. Ποιος θα πρέπει να είναι ο λόγος μίξης νερού από γεώτρηση προς νερό από ποταμό, ώστε η συγκέντρωση των αλάτων στο νερό που καταλήγει στα σπίτια να μην ξεπερνά τα 500 ppm.

#### Λύση:

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και τα άλατα αποτελούν μη μετατρέψιμο χημικό είδος (μηδενικές μετατροπές), ισχύει το ισοζύγιο μάζας:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές} \Rightarrow$$

$$(Q_\pi \times C_\pi) + (Q_a \times C_a) = Q \times C \Rightarrow$$

$$(25 \text{ m}^3/\text{s} \times 400 \text{ mg/L}) + (5 \text{ m}^3/\text{s} \times 2000 \text{ mg/L}) = (25 + 5) \text{ m}^3/\text{s} \times C \Rightarrow$$

$$C = 666.7 \text{ mg/L}$$

Θα πρέπει να βρω το λόγο παροχής από γεώτρηση,  $Q_\gamma$  και παροχή από ποταμό,  $Q$ , έστω ότι  $C$  αλάτων στο νερό που καταλήγει στο σπίτι είναι 500 ppm = 500 mg/L.

Άρα υπολογίζω νέο ισοζύγιο που αφορά τη πόλη, όπου  $C$  αλάτων στη γεώτρηση είναι μηδέν:

$$(Q \times C) + (Q_\gamma \times C_\gamma) = Q_{\text{πόλης}} \times C_{\text{πόλης}} \Rightarrow$$

$$(Q \text{ m}^3/\text{s} \times 666.7 \text{ mg/L}) + (Q_\gamma \text{ m}^3/\text{s} \times 0 \text{ mg/L}) = (Q + Q_\gamma) \text{ m}^3/\text{s} \times 500 \text{ mg/L} \Rightarrow$$

$$Q_\gamma/Q = (666.7 - 500)/500 = 1/3$$

Άρα ο λόγος μίξης θα πρέπει να είναι ένα μέρος από τη γεώτρηση και 3 μέρη νερό από το ποταμό.

### Άσκηση 4

Υποθέστε ότι η μέση συγκέντρωση του  $\text{SO}_2$  στην ατμόσφαιρα μίας πόλης ανέρχεται σε 500  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  στους 20  $^\circ\text{C}$  και πίεση 1 atm. Ξεπερνά αυτή η τιμή το όριο της νομοθεσίας των 0.14 ppm; Δίνεται ότι το MB του  $\text{SO}_2$  ισούται με 64.

#### Λύση:

Για να γίνει μετατροπή συγκέντρωσης από  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  σε ppm, χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$1 \text{ ppm} = \frac{M}{22.4} \frac{1 \text{ atm} \cdot 273 \text{ K}}{1 \text{ atm} \cdot (273 + T) \text{ K}} \frac{\text{mg}}{\text{m}^3} = \frac{64}{22.4} \frac{1 \cdot 273}{1 \cdot (273 + 20)} \frac{\text{mg}}{\text{m}^3} = 2.662 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3}$$

Εφόσον τα 500  $\mu\text{g}/\text{m}^3 = 0,5 \text{ mg}/\text{m}^3$  τότε  $0,5/2.662 \text{ ppm} = 0.188 \text{ ppm} > 0.14 \text{ ppm}$ .

### Άσκηση 5

Σε λίμνη με όγκο νερού  $10 \times 10^6 \text{ m}^3$  πέφτει ρυπασμένος χείμαρρος με παροχή  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωση ρύπου ίση με  $10 \text{ mg/l}$ . Στη λίμνη καταλήγει επίσης αγωγός λυμάτων με παροχή  $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωση ρύπου ίση με  $100 \text{ mg/l}$ . Ο συντελεστής μετατροπής του ρύπου ισούται με  $0,2 \text{ 1/ημέρα}$ . Θεωρώντας ότι στη λίμνη επικρατούν σταθερές συνθήκες, η μίξη νερού και αποβλήτων είναι πλήρης, ενώ δεν υπάρχουν απώλειες του ρύπου, να βρεθεί η συγκέντρωση του ρύπου στον χείμαρρο που εξέρχεται της λίμνης.

#### Λύση:

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και ο ρύπος αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος ισχύει η εξίσωση:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές} + \text{KCV}$$

$$\text{Εισροές} = (Q_a \times C_a) + (Q_\chi \times C_\chi) \Rightarrow$$

$$\text{Εισροές} = [(0,5 \text{ m}^3/\text{s} \times 100 \text{ mg/l}) + (5 \text{ m}^3/\text{s} \times 10 \text{ mg/l})] \times 1000 \text{ L/m}^3 = 10^5 \text{ mg/s}$$

$$\text{Εκροές} = (Q \times C) = (5,5 \text{ m}^3/\text{s} \times C \text{ mg/L}) \times 1000 \text{ l/m}^3 = 5,5 \times 10^3 C \text{ mg/s}$$

$$\text{Μετατροπές} = \text{KCV} = [(0,2/\text{ημέρα} \times C \text{ mg/L} \times 10 \times 10^6 \text{ m}^3 \times 1000 \text{ L/m}^3)] / (24 \text{ ώρες} / \text{ημέρα} \times 3600 \text{ s/ώρα}) = 23,1 \times 10^3 C \text{ mg/s}$$

Αντικαθιστώντας στο ισοζύγιο μάζας:

$$10^5 \text{ mg/s} = 5,5 \times 10^3 C \text{ mg/s} + 23,1 \times 10^3 C \text{ mg/s} \Rightarrow C = 3,5 \text{ mg/L}$$

### Άσκηση 6

Σε ένα bar με όγκο  $500 \text{ m}^3$  βρίσκονται 50 καπνιστές που καπνίζουν 2 τσιγάρα ανά ώρα. Κάθε τσιγάρο εκπέμπει  $1,4 \text{ mg}$  φορμαλδεΐδης (HCHO). Η φορμαλδεΐδη μετατρέπεται σε  $\text{CO}_2$  με ταχύτητα αντίδρασης, K που ισούται με  $0,4/\text{ώρα}$ . Φρέσκος αέρας εισέρχεται στο bar με ρυθμό  $1000 \text{ m}^3$  ανά ώρα και εξέρχεται με τον ίδιο ρυθμό. Υποθέτοντας καθεστώς πλήρους μίξης, να υπολογιστεί η συγκέντρωση της φορμαλδεΐδης στο χώρο σε σταθερές συνθήκες. Αν η συγκέντρωση ερεθισμού των ματιών είναι  $0,05 \text{ ppm}$ , να διερευνήσετε αν θα προκληθεί ερεθισμός των ματιών των πελατών (θερμοκρασία  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  και πίεση  $1 \text{ atm}$ ).

#### Λύση:

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και ο ρύπος αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος ισχύει η εξίσωση:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές} + \text{KCV}$$

$$\text{Εσωτερικές πηγές ρύπανσης} = 50 \text{ καπνιστές} \times 2 \text{ τσιγάρα} / \text{καπνιστή} \times 1,4 \text{ mg HCHO} / \text{τσιγάρο} = 140 \text{ mg} / \text{ώρα}$$

$$\text{Εισροές} = (Q \times C_{\text{in}}) + \text{Εσωτερικές πηγές ρύπανσης} = 1000 \text{ m}^3/\text{ώρα} \times 0 \text{ mg/m}^3 + 140 \text{ mg/ώρα} = 140 \text{ mg} / \text{ώρα}$$

$$\text{Εκροές} = Q \times C = 1000 \text{ m}^3/\text{ώρα} \times C \text{ mg/m}^3 = 1000 C \text{ mg/ώρα}$$

$$\text{Μετατροπές} = \text{KCV} = 0,4 / \text{ώρα} \times C \text{ mg/m}^3 \times 500 \text{ m}^3 = 200 C \text{ mg/ώρα}$$

Αντικαθιστώντας στο ισοζύγιο μάζας:

$$140 \text{ mg} / \text{ώρα} = 1000 C \text{ mg/ώρα} + 200 C \text{ mg/ώρα} \Rightarrow C = 0,117 \text{ mg/m}^3$$

Για τη μετατροπή της συγκέντρωσης σε ppm, δεδομένου ότι το MB της φορμαλδεΐδης είναι 30 τότε προκύπτει:  $\text{HCHO} = 0,095 \text{ ppm}$

Η συγκεκριμένη συγκέντρωση είναι σχεδόν διπλάσια της συγκέντρωσης που προκαλεί ερεθισμό στα μάτια.

### Άσκηση 7

Μία δεξαμενή σχεδιάζεται με στόχο να δέχεται  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$  αποβλήτων που περιέχουν ρύπο συγκέντρωσης  $30 \text{ mg/l}$ . Ο ρύπος θεωρείται μετατρέψιμο χημικό είδος και η σταθερά αντίδρασης  $K$  ισούται με  $0,2/\text{ημέρα}$ . Τα εξερχόμενα απόβλητα της δεξαμενής έχουν συγκέντρωση  $10 \text{ mg/l}$ . Αν θεωρηθεί ότι στη δεξαμενή πραγματοποιείται πλήρης μίξη, ποιος θα πρέπει να είναι ο όγκος της δεξαμενής;

#### Λύση:

Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και ο ρύπος αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος ισχύει η εξίσωση:

$$\begin{aligned} \text{Εισροές} &= \text{Εκροές} + KCV \Rightarrow \\ (Q_0 \times C_0) &= (Q \times C) + KCV \xrightarrow{Q_0=Q} \\ (Q_0 \times C_0) - (Q_0 \times C) &= KCV \Rightarrow \\ (0.1 \text{ m}^3/\text{s} \times 30 \text{ mg/l}) - (0.1 \text{ m}^3/\text{s} \times 10 \text{ mg/l}) &= 0.2/\text{ημέρα} \times (1/24) \times (1/3600 \text{ s}) \times 10 \text{ mg/l} \times V \Rightarrow \\ V &= 86580 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

### Άσκηση 8

Στο bar της Άσκησης 6 που έχει όγκο  $500 \text{ m}^3$  εισέρχεται φρέσκος αέρας με ρυθμό  $1000 \text{ m}^3$  ανά ώρα. Υποθέστε ότι στις 22:00 που ανοίγει το bar ο αέρας είναι καθαρός. Αν η φορμαλδεΐδη εκπέμπεται από τον καπνό του τσιγάρου με ρυθμό  $140 \text{ mg}/\text{ώρα}$ , ποια θα είναι η συγκέντρωση της φορμαλδεΐδης στο χώρο στις 23:00. Υποθέστε ότι επικρατούν συνθήκες πλήρους μίξης και η φορμαλδεΐδη μετατρέπεται σε  $\text{CO}_2$  με ταχύτητα αντίδρασης,  $K$  που ισούται με  $0,4/\text{ώρα}$ .

#### Λύση:

Το σύστημα που μελετούμε δεν βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση, αλλά η συγκέντρωση του αυξάνεται με το χρόνο. Επιπλέον, ο ρύπος αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος, οπότε ισχύει η εξίσωση:

$$C_t = C_\infty + (C_0 - C_\infty) e^{-(K+Q/V)t}$$

Για τον υπολογισμό της συγκέντρωσης  $C_\infty$  όταν επικρατήσουν σταθερές συνθήκες χρησιμοποιούμε τη συγκέντρωση από την άσκηση 6, όπου  $C = 0,117 \text{ mg}/\text{m}^3$

Στη συνέχεια, με την αρχική εξίσωση υπολογίζουμε τη συγκέντρωση  $C_t$  μία ώρα μετά το άνοιγμα του bar:

$$C_t = C_\infty + (C_0 - C_\infty) e^{-(K+Q/V)t} \Rightarrow$$

$$C_t = 0,117 \text{ mg}/\text{m}^3 + (0 - 0,117 \text{ mg}/\text{m}^3) e^{-(0,4/\text{ώρα} + 1000 \text{ m}^3/\text{ώρα} / 500 \text{ m}^3) 1 \text{ ώρα}} \Rightarrow C_{1\text{ώρα}} = 0,1064 \text{ mg}/\text{m}^3$$

### Άσκηση 9

Θεωρείστε τη λίμνη της Άσκησης 5 ( $V=10 \times 10^6 \text{ m}^3$ ), στην οποία βρέθηκε ότι η συγκέντρωση του ρύπου σε σταθερές συνθήκες ισούται με  $3,5 \text{ mg/l}$ . Ο ρύπος θεωρείται μετατρέψιμος με  $K=0,2/\text{ημέρα}$ . Επειδή η συγκεκριμένη συγκέντρωση του ρύπου θεωρείται πολύ υψηλή αποφασίζεται να διακοπεί η απόρριψη λυμάτων σε αυτόν. Ως αποτέλεσμα στη λίμνη πλέον καταλήγει μόνο ο χείμαρρος που έχει παροχή ίση με  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  και συγκέντρωση του ρύπου ίση με  $10 \text{ mg/l}$ . Θεωρώντας συνθήκες πλήρους μίξης να βρεθεί η συγκέντρωση του ρύπου στη λίμνη μία εβδομάδα μετά τη διακοπή απόρριψης των λυμάτων.

#### Λύση:

Το σύστημα που μελετούμε δεν βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση, αλλά η συγκέντρωση του μειώνεται με το χρόνο. Επιπλέον, ο ρύπος αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος, οπότε ισχύει η εξίσωση:

$$C_t = C_\infty + (C_0 - C_\infty) e^{-(K+Q/V)t}$$

Για τον υπολογισμό της συγκέντρωσης  $C_\infty$  όταν επικρατήσουν σταθερές συνθήκες χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$C_\infty = \frac{Q \times C_{in}}{Q + KV}$$

Όπου:

$$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s} \times 3600 \text{ s/ώρα} \times 24 \text{ ώρες / ημέρα} = 43,2 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{ημέρα}$$

$$\text{Άρα, } C_\infty = (43,2 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{ημέρα} \times 10 \text{ mg/L}) / (43,2 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{ημέρα} + 0,2/\text{ημέρα} \times 10,0 \times 10^6 \text{ m}^3) \Rightarrow$$

$$C_\infty = 1,776 \text{ mg/L}$$

Μετά από 7 ημέρες:

$$C_t = C_\infty + (C_0 - C_\infty) e^{-(K+Q/V)t} \Rightarrow$$

$$C_7 = 1,8 \text{ mg/L} + (3,5 \text{ mg/L} - 1,8 \text{ mg/L}) e^{-(0,2/\text{ημέρα} + 43,2 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{ημέρα} / 10,0 \times 10^6 \text{ m}^3) 7 \text{ ημέρες}} \Rightarrow C_7 = \mathbf{2,09 \text{ mg/L}}$$

### Άσκηση 10

Δεξαμενή όγκου  $1200 \text{ m}^3$  δέχεται συνεχώς απόβλητα με παροχή  $100 \text{ m}^3/\text{ημέρα}$ . Στα απόβλητα υπάρχει ρύπος που θεωρείται μη μετατρέψιμο χημικό είδος και έχει συγκέντρωση  $10 \text{ mg/l}$ . Θεωρώντας ότι το σύστημα έχει φτάσει σε κατάσταση ισορροπίας και σε αυτό επικρατούν συνθήκες πλήρους μίξης να υπολογιστεί η συγκέντρωση του ρύπου στα εξερχόμενα απόβλητα. Αν η συγκέντρωση του ρύπου στα εισερχόμενα απόβλητα αυξηθεί στα  $100 \text{ mg/l}$ , ποια θα είναι η συγκέντρωσή του στην έξοδο της δεξαμενής 7 ημέρες αργότερα; Αν ο ρύπος θεωρηθεί μετατρέψιμο χημικό είδος με  $K=0,2/\text{ημέρα}$ , ποια θα είναι η συγκέντρωσή του στην έξοδο της δεξαμενής 7 ημέρες αργότερα;

#### Λύση:

- Δεδομένου ότι επικρατούν σταθερές συνθήκες (μηδενικές συσσωρεύσεις) και ο ρύπος δεν αποτελεί μετατρέψιμο χημικό είδος ισχύει η εξίσωση:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές} \Rightarrow$$

$$(Q_0 \times C_0) = (Q \times C) \xrightarrow{Q_0=Q} C = C_0 = 10 \text{ mg/L}$$

- Αν  $C_0=100 \text{ mg/L}$  και θέλω να βρω μεταβολή στο χρόνο τότε το ισοζύγιο μάζας γίνεται:

$$\text{Εισροές} = \text{Εκροές} + \text{Συσσώρευση} \Rightarrow$$

$$(Q_0 \times C_0) = (Q \times C) + V \frac{dC}{dt} \xrightarrow{Q_0=Q}$$

$$\frac{dC}{dt} = (Q/V) \times (C_0 - C) \Rightarrow$$

$$C(t) = C_0 + (C(0) - C_0) e^{-Qt/V} \Rightarrow$$

$$C(7) = 100 \text{ mg/L} + (10 \text{ mg/L} - 100 \text{ mg/L}) e^{-(100 \text{ m}^3/\text{d} \times 7 \text{ d})/1200 \text{ m}^3} \Rightarrow C(7) = 49.78 \text{ mg/L}$$

- Αν ο ρύπος είναι μετατρέψιμος, τότε το ισοζύγιο γίνεται:

Εισροές = Εκροές + Συσσώρευση + Μετατροπή

$$C_t = C_\infty + (C_0 - C_\infty) e^{-(K+Q/V)t}$$

Όπου  $C_0 = [(100 \text{ m}^3/\text{d}) \times (10 \text{ mg/L})] / (100 \text{ m}^3/\text{d} + 0.2 \text{ 1/d} \times 1200 \text{ m}^3) = 2.94 \text{ mg/L}$

Και  $C_\infty = [(100 \text{ m}^3/\text{d}) \times (100 \text{ mg/L})] / (100 \text{ m}^3/\text{d} + 0.2 \text{ 1/d} \times 1200 \text{ m}^3) = 29.41 \text{ mg/L}$

Άρα στις 7 ημέρες η συγκέντρωση θα είναι:

$$C(7) = 29.41 \text{ mg/L} + (2.94 \text{ mg/L} - 29.41 \text{ mg/L}) e^{-[0.2 \text{ 1/d} + (100 \text{ m}^3/\text{d})/(1200 \text{ m}^3)] \times 7 \text{ d}} = 25.77 \text{ mg/L}$$

### 3. Ισοζύγια Ενέργειας

#### Άσκηση 1

Ατμοηλεκτρικός σταθμός παραγωγής ενέργειας καίει κάρβουνο που έχει ενεργειακό περιεχόμενο 24 KJ/g και μέσω περιεχόμενο σε άνθρακα 62%. Το συγκεκριμένο καύσιμο περιέχει επίσης 2% S και 10% τέφρα. Η νομοθεσία που ισχύει για τις εκπομπές αερίων ρύπων επιτρέπει την εκπομπή 260 g SO<sub>2</sub> (130 g S) και 13 g αιωρούμενων σωματιδίων ανά 10<sup>6</sup> KJ θερμικής ενέργειας που εισέρχονται στον ατμοηλεκτρικό σταθμό. Υποθέστε ότι για την παραγωγή μίας μονάδας ηλεκτρικής ενέργειας απαιτούνται τρεις μονάδες θερμικής ενέργειας. Επίσης, το 70% της τέφρας απελευθερώνεται ως ιπτάμενη τέφρα, ενώ το 30% κατακρημνίζεται και καταλήγει στο έδαφος. Α) Να βρεθούν οι επιτρεπόμενες εκπομπές SO<sub>2</sub> και αιωρούμενων σωματιδίων στην ατμόσφαιρα ανά κιλοβατώρα ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται. Β) Να υπολογιστούν οι εκπομπές C στην ατμόσφαιρα αν υποθεθεί ότι όλος ο C απελευθερώνεται στην ατμόσφαιρα. Γ) Να υπολογιστούν οι εκπομπές σε SO<sub>2</sub>. Δ) Να υπολογιστούν οι εκπομπές τέφρας. Το 70 % της τέφρας απελευθερώνεται ως ιπτάμενη τέφρα, ενώ το 30 % κατακρημνίζεται και καταλήγει στο έδαφος. Ε) Να παρασταθεί γραφικά το ισοζύγιο μάζας και ενέργειας στο συγκεκριμένο ατμοηλεκτρικό σταθμό για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας. Θεωρείστε ότι το 85% της αποβαλλόμενης θερμότητας απομακρύνεται με το νερό ψύξης, ενώ το υπόλοιπο 15% με τα απαέρια.

#### Λύση:

Α) Καθώς οι 3 μονάδες θερμικής ενέργειας παράγουν μία μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας ισχύει ότι για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας απαιτούνται 3 KWhr θερμότητας. Όπου:

$$3 \text{ KW ανά ώρα} \times 1 \text{ (KJ/s)/KW} \times 3600 \text{ s/ώρα} = 10800 \text{ KJ}$$

Σύμφωνα με τη νομοθεσία οι εκπομπές του SO<sub>2</sub> θα πρέπει να είναι 260 g SO<sub>2</sub> ανά 10<sup>6</sup> KJ θερμικής ενέργειας, άρα στα 10800 KJ που απαιτούνται για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας, θα πρέπει να εκπέμπονται:

$$(260 \text{ g SO}_2 / 10^6 \text{ KJ}) \times (10800 \text{ KJ/KWhr}) = 2,8 \text{ g SO}_2 / \text{KWhr}$$

Ομοίως για τα αιωρούμενα σωματίδια:

$$(13 \text{ g αιωρ. σωματιδίων} / 10^6 \text{ KJ}) \times (10800 \text{ KJ/KWhr}) = 0,14 \text{ g αιωρ. σωματιδίων} / \text{KWhr}$$

Β) Δεδομένου ότι το ενεργειακό περιεχόμενο του καυσίμου είναι 24KJ/g, τότε για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας καταναλώνονται 10800 KJ / 24 KJ/g = 450 g καυσίμου. Εφόσον το καύσιμο περιέχει κατά 62% C, τότε:

$$\text{Εκπομπές C} = 0,62 \text{ g C} / \text{g καυσίμου} \times 450 \text{ g καυσίμου/KWhr} = 280 \text{ g C/KWhr}$$

Γ) Εφόσον το καύσιμο περιέχει 2% S, τότε για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας απελευθερώνονται:

$$\text{Εκπομπές S} = 0,02 \text{ g S} / \text{g καυσίμου} \times 450 \text{ g καυσίμου/KWhr} = 9 \text{ g S ή } 18 \text{ g SO}_2/\text{KWhr}$$

Δ) Εφόσον το καύσιμο περιέχει 10 % τέφρα, τότε για την παραγωγή 1 KWhr ηλεκτρικής ενέργειας απελευθερώνονται:

$$\text{Εκπομπές τέφρας} = 0,1 \text{ g τέφρας} / \text{g καυσίμου} \times 450 \text{ g καυσίμου/KWhr} = 45 \text{ g τέφρας/KWhr}$$

Από τη συγκεκριμένη ποσότητα τέφρας το 70% απελευθερώνεται ως ιπτάμενη τέφρα στην ατμόσφαιρα, δηλαδή ποσότητα ίση με:

$$0,7 \times 45 \text{ g τέφρας/KWhr} = 31,5 \text{ g τέφρας/KWhr}$$

Ε) Συνολική θερμική που εισέρχεται = 10800 kJ

Απόδοση μετατροπής σε ηλεκτρική είναι 1/3

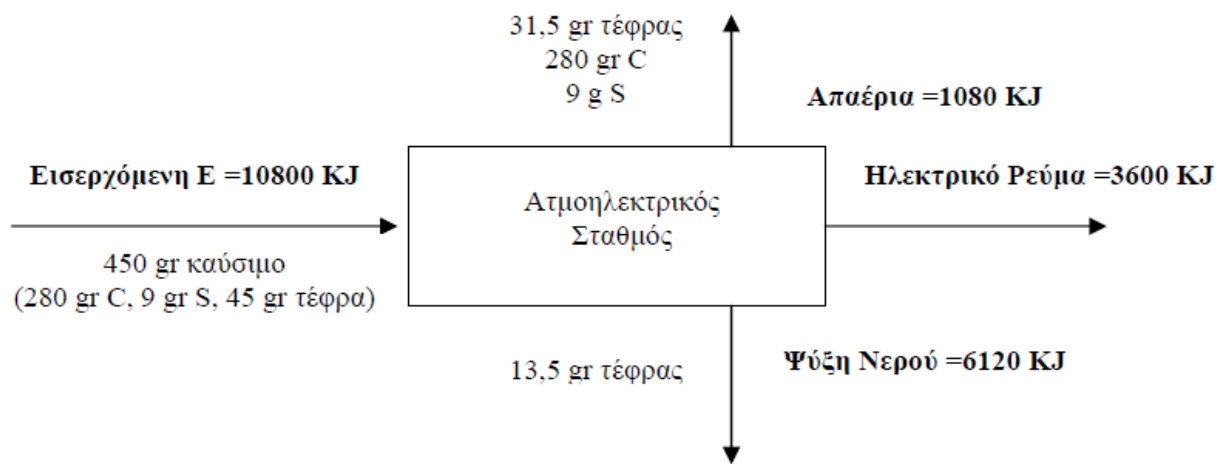
$$\text{Άρα } E_{\text{ηλεκτρικής}} = 10800 / 3 = 3600 \text{ kJ}$$

$$\text{Από ισοζύγιο: } E_{\text{αποβαλλόμενης}} = 10800 - 3600 = 7200 \text{ kJ}$$

$$85 \% \times E_{\text{αποβαλλόμενης}} = 6120 \text{ kJ}$$

$$15 \% \times E_{\text{αποβαλλόμενης}} = 1080 \text{ kJ}$$

Γραφικά φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



## Άσκηση 2

Το πετρέλαιο που τροφοδοτεί μία μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας περιέχει 20 Kg C ανά  $10^9$  J εισερχόμενης ενέργειας. Αν η απόδοση της μονάδας είναι 40 %, να βρεθούν οι εκπομπές C ανά kWh ηλεκτρικού ρεύματος που παράγεται, υποθέτοντας ότι το σύνολο του C εκπέμπεται στην ατμόσφαιρα. Σύμφωνα με τη νέα νομοθεσία, οι εκπομπές  $\text{SO}_2$  και  $\text{NO}_x$  περιορίζονται στα 86 mg  $\text{SO}_2$  και 130 mg  $\text{NO}_x$  ανά MJ εισερχόμενης ενέργειας. Να εκτιμηθεί η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπομπή  $\text{SO}_2$  και  $\text{NO}_x$  ανά kWh.

**Λύση:**

$$\text{Γνωρίζουμε πως, } 1 \text{ kWh} = 1 \text{ kJ/s} \times 3600 \text{ s} = 3600 \text{ kJ} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\text{Αν η απόδοση της μονάδας είναι 40 \% , τότε } E_{\text{ηλεκτρικής}} = 40 \% E_{\text{θερμικής}} \Rightarrow E_{\text{θερμικής}} = (3.6 \times 10^6 \text{ J}) / 0.4 = 9 \times 10^6 \text{ J}$$

Άρα απαιτούνται  $9 \times 10^6$  J για την παραγωγή 1 kWh.

Άρα το σύνολο του C εκπέμπεται στην ατμόσφαιρα θα είναι:

$$(20 \text{ kg C} / 10^9 \text{ J}) \times (9 \times 10^6 \text{ J}) = 0.18 \text{ kg C}$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπομπή SO<sub>2</sub> θα είναι:

$$(86 \text{ mg SO}_2 / 10^6 \text{ J}) \times (9 \times 10^6 \text{ J}) = 774 \text{ mg SO}_2 / \text{kWh}$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη εκπομπή NO<sub>x</sub> θα είναι:

$$(130 \text{ mg NO}_x / 10^6 \text{ J}) \times (9 \times 10^6 \text{ J}) = 1170 \text{ mg NO}_x / \text{kWh}$$

### Άσκηση 3

Ένα διαμέρισμα βρίσκεται σε περιοχή όπου για 8 μήνες το έτος επικρατούν χαμηλές θερμοκρασίες (40 °F), με αποτέλεσμα να είναι απαραίτητη η λειτουργία του καλοριφέρ, ώστε να διατηρείται θερμοκρασία ίση με 70 °F εντός του διαμερίσματος. Προτείνεται στον ιδιοκτήτη να ξοδέψει 1000 Ευρώ για να βελτιώσει τη μόνωση της οροφής, αυξάνοντας την ολική θερμική αντίστασή της από 11 σε 40 ft<sup>2</sup> °F ώρα/Btu. Αν θεωρηθεί ότι η οροφή έχει εμβαδόν 1500 ft<sup>2</sup> και το διαμέρισμα θερμαίνεται με ηλεκτρικό ρεύμα που κοστίζει 0,08 Ευρώ/ kWh, σε πόσα χρόνια θα αποσβεσθεί η επένδυση; Αν υποθεθεί ότι 1.000.000 σπίτια που τροφοδοτούνται ηλεκτρικά από τη μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος βελτιώνουν τη μόνωση της οροφής τους, όπου κατά την παραγωγή 1 kWh ηλεκτρικού ρεύματος εκπέμπονται τελικά 0,14 g τέφρας, 2.8 g SO<sub>2</sub> και 280 g C. Να εκτιμηθεί η ετήσια μείωση σε εκπομπές SO<sub>2</sub>, σωματιδίων και C.

**Λύση:**

Η απώλεια θερμότητας από την οροφή, όταν δεν υπάρχει επιπλέον μόνωση:

$$q = \frac{A(T_i - T_o)}{R}$$

$$q = 1500 \text{ ft}^2 \times (70 - 40) \text{ }^\circ\text{F} / 11 \text{ ft}^2 \text{ }^\circ\text{F} \text{ ώρα/Btu} = 4091 \text{ Btu/ώρα}$$

Μετά την προσθήκη του μονωτικού υλικού, η απώλεια θερμότητας υπολογίζεται σε:

$$q = 1500 \text{ ft}^2 \times (70 - 40) \text{ }^\circ\text{F} / 40 \text{ ft}^2 \text{ }^\circ\text{F} \text{ ώρα/Btu} = 1125 \text{ Btu/ώρα}$$

Άρα μετά την προσθήκη του μονωτικού υλικού εξοικονομούνται 4090-1125 = 2965 Btu/ώρα, δηλαδή 2965 × 8 × 30 × 24 = 17078400 Btu /έτος = 5006 KWh/έτος. Δεδομένου ότι 1 KWh κοστίζει 0,08 Ευρώ, τότε κάθε χρόνο εξοικονομούνται 400 Ευρώ. Εφόσον το κόστος του μονωτικού υλικού είναι 1000 Ευρώ, η απόσβεσή του θα γίνει σε 2,5 χρόνια.

Αν 1000000 σπίτια βάλουν επιπλέον μόνωση στην οροφή, τότε σε ένα χρόνο θα εξοικονομηθεί ποσό ενέργειας ίσο με: 5006 KWh/έτος × 1000000 = 5006 × 10<sup>6</sup> KWh/έτος.

Οι εκπομπές της τέφρας, του SO<sub>2</sub> και του C θα είναι μειωμένες κατά:

- τέφρα: 0,14 g τέφρα/KWh × 5006 × 10<sup>6</sup> KWh/έτος = 0,7 × 10<sup>9</sup> g τέφρα/ έτος
- SO<sub>2</sub>: 2,8 g SO<sub>2</sub> /KWh × 5006 × 10<sup>6</sup> KWh/έτος = 14 × 10<sup>9</sup> g SO<sub>2</sub> / έτος
- C: 280 g C/KWh × 5006 × 10<sup>6</sup> KWh/έτος = 1400 × 10<sup>9</sup> g C/ έτος

#### Άσκηση 4

Θεωρείστε τη γη ως μέλαν σώμα με μέση θερμοκρασία  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  και εμβαδόν  $5,1 \times 10^{14}\text{ m}^2$ . Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο εκπέμπεται ενέργεια από τη γη και το μήκος κύματος στο οποίο ακτινοβολείτε η μέγιστη ποσότητα ενέργειας. Συγκρίνετε το συγκεκριμένο μήκος κύματος με το μήκος κύματος που εκπέμπεται η μέγιστη ακτινοβολία από τον ήλιο (θερμοκρασία ηλίου,  $5800\text{ K}$ ).

*Λύση:*

Για τον υπολογισμό του ρυθμού εκπομπής ενέργειας χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$E_{\max} = \sigma A T^4 \Rightarrow$$

$$E_{\max} = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{ K}^4 \times 5,1 \times 10^{14}\text{ m}^2 \times (15\text{ K} + 273\text{ K})^4 \Rightarrow$$

$$E_{\max} = 2 \times 10^{17}\text{ W}$$

Για τον υπολογισμό του μήκους κύματος στο οποίο η γη ακτινοβολεί τη μέγιστη ποσότητα ενέργειας χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$\lambda_{\max} = 2898 / T \Rightarrow$$

$$\lambda_{\max} = 2898 / (15+273) \Rightarrow$$

$$\lambda_{\max} = 10.1\text{ }\mu\text{m}$$

Για τον υπολογισμό του μήκους κύματος στο οποίο ο ήλιος ακτινοβολεί τη μέγιστη ποσότητα ενέργειας χρησιμοποιείται πάλι η εξίσωση:

$$\lambda_{\max} = 2898 / T \Rightarrow$$

$$\lambda_{\max} = 2898 / 5800 \Rightarrow$$

$$\lambda_{\max} = \mathbf{0,48\text{ }\mu\text{m}}$$

#### Άσκηση 5

Υποθέστε ότι ένα ανθρώπινο σώμα έχει συνολική επιφάνεια  $1.35\text{ m}^2$ , μέση θερμοκρασία  $36.6\text{ }^{\circ}\text{C}$  και βρίσκεται σε δωμάτιο που έχει θερμοκρασία  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Θεωρώντας το ανθρώπινο σώμα ως μέλαν σώμα, να βρεθεί η καθαρή απώλεια θερμότητας από ακτινοβολία (σε Watt).

*Λύση:*

Σύμφωνα με το νόμο του Boltzmann:

$$E_{\max} = \sigma A T^4 \Rightarrow$$

Η καθαρή ποσότητα ενέργειας που εκπέμπει ένα αντικείμενο θερμοκρασίας  $T_1$  σε περιβάλλον που έχει θερμοκρασία  $T_2$  δίνεται από τον τύπο:

$$E_{\text{net}} = \sigma A [(T_1)^4 - (T_2)^4]$$

$$E_{\max} = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{ K}^4 \times 1.35\text{ m}^2 \times (309.6^4 - 288^4) = 176.8\text{ W}$$

## 5. Διαχείριση Υδατικών Πόρων

### Άσκηση 1

Βροχόπτωση έντασης 5 mm/h έπεσε σε λεκάνη απορροής έκτασης 4 km<sup>2</sup> για 6 ώρες. Στην έξοδο της λεκάνης μετρήθηκε απορροή κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου ίση με 70000 m<sup>3</sup>.

(α) Πόση από την ποσότητα της 6 ωρης βροχόπτωσης μετατράπηκε σε υδρολογικές απώλειες; Να θεωρηθεί ότι η μεταβολή της επιφανειακής αποθήκευσης του νερού είναι αμελητέα.

(β) Ποιος ο ρυθμός απωλειών σε μονάδες ισοδύναμου ύψους νερού ανά επιφάνεια και ανά χρόνο;

#### Λύση:

(α) Οι συνολικές εκροές κατά τη διάρκεια της βροχόπτωσης θα είναι:

$$\text{Εισροές} = 0.005 \text{ m/h} \times 6 \text{ h} \times 4 \times 10^6 \text{ m}^2 = 0.12 \times 10^6 \text{ m}^3 = 120000 \text{ m}^3$$

Οι εκροές δίνονται ότι είναι 70000 m<sup>3</sup>.

Επομένως, οι απώλειες θα είναι:

$$\text{Απώλειες} = \text{Εισροές} - \text{Εκροές} = 50000 \text{ m}^3.$$

(β) Για τον υπολογισμό των ρυθμό απωλειών στη λεκάνη θα χρησιμοποιήσω τις απώλειες προς την έκταση και τον χρόνο βροχόπτωσης, δηλαδή:

$$\text{Ρυθμός απωλειών} = \frac{50000 \text{ m}^3}{4 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ h}} = 0.0021 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 2.1 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$$

### Άσκηση 2

Λίμνη σταθερής επιφάνειας 1.11 km<sup>2</sup> έχει σε δεδομένο μήνα εισροή απορροής 0.42 m<sup>3</sup>/s, αντίστοιχη εκροή 0.36 m<sup>3</sup>/s και αύξηση του αποθέματος νερού στη λίμνη 19.800 m<sup>3</sup>. Ένας βροχογράφος που είναι εγκατεστημένος δίπλα στη λίμνη μέτρησε για τον εν λόγω μήνα συνολική βροχόπτωση 27 mm. Αν υποθεθεί ότι οι διαφυγές από τη λίμνη είναι ασήμαντες, να προσδιοριστεί η συνολική μηνιαία εξάτμιση της λίμνης.

#### Λύση:

Από το ισοζύγιο για το νερό στη λίμνη έχουμε την εξίσωση:

$$\Delta S = P + Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} - E$$

Όπου,

$$P: \text{βροχή πάνω στη λίμνη} = 27 \text{ mm} \times 10^{-3} \text{ m/mm} \times 1.11 \times 10^6 \text{ m}^2 = 29970 \text{ m}^3$$

$$Q_{\text{in}}: \text{νερό που μπαίνει (ποτάμια κ.λπ.)} = 0.42 \text{ m}^3/\text{s} \times 3600 \text{ s/h} \times 24 \text{ h/d} \times 30 \text{ d/month} = 1088640 \text{ m}^3/\text{month}$$

$$Q_{\text{out}}: \text{νερό που φεύγει} = 0.36 \text{ m}^3/\text{s} \times 3600 \text{ s/h} \times 24 \text{ h/d} \times 30 \text{ d/month} = 933120 \text{ m}^3/\text{month}$$

E: εξάτμιση (φεύγει προς την ατμόσφαιρα)

$$\Delta S: \text{πόσο αυξήθηκε ή μειώθηκε το νερό στη λίμνη} = 19800 \text{ m}^3$$

Από τα παραπάνω προκύπτει πως η μηνιαία εξάτμιση της λίμνης είναι:

$$E = P + Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} - \Delta S = 165690 \text{ m}^3$$

Το ύψος της εξάτμισης θα είναι:  $h = E/A = 165690 \text{ m}^3 / 1.11 \times 10^6 \text{ m}^2 = 0.149 \text{ m} = 149 \text{ mm}$

### Άσκηση 3

Αστικά απόβλητα όγκου 5 ml προστίθενται σε φιάλη BOD και ο υπόλοιπος όγκος της συμπληρώνεται με νερό (τελικός όγκος φιάλης 300 ml). Η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στη φιάλη κατά την 1η ημέρα του τεστ ήταν 8,5 mg/l, ενώ την 5η ημέρα είχε μειωθεί σε 2,5 mg/l. Να προσδιοριστεί η συγκέντρωση του BOD<sub>5</sub> στα απόβλητα. Αν η σταθερά ταχύτητας αντίδρασης k ισούται με 0,22 d<sup>-1</sup>. Να υπολογιστεί η τιμή του ολικού ανθρακογενούς BOD, L<sub>0</sub> και να υπολογιστεί η υπολειμματική απαίτηση σε οξυγόνο, L<sub>t</sub> μετά από τις 5 ημέρες.

#### Λύση:

Η συγκέντρωση του BOD<sub>5</sub> στη φιάλη (στο μίγμα αποβλήτων και νερού) υπολογίζεται με την βοήθεια της εξίσωσης:

$$\text{BOD}_5 = \text{DO}_{(t=0)} - \text{DO}_{(t=5)} = 8,5 - 2,5 = 6 \text{ mg/l}$$

Δεδομένου ότι τα απόβλητα είχαν αραιωθεί κατά την πραγματοποίηση του τεστ, ο υπολογισμός της συγκέντρωσης του BOD<sub>5</sub> στα απόβλητα γίνεται με τη βοήθεια του νόμου της αραιώσης:

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow C_1 \times 5 \text{ ml} = 6,0 \text{ mg/l} \times 300 \text{ ml} \Rightarrow C_1 = 360 \text{ mg/l}$$

Η ολική ποσότητα οξυγόνου που απαιτείται για την αποδόμηση του ανθρακογενούς κλάσματος των αποβλήτων υπολογίζεται επιλύοντας την εξίσωση ως προς L<sub>0</sub>:

$$L_0 = \text{BOD}_5 / (1 - e^{-kt}) = 360 / (1 - e^{-0,22 \times 5}) \Rightarrow L_0 = 545 \text{ mg/l}$$

Πέντε ημέρες μετά την έναρξη του τεστ, τα 360 mg/l από τα 545 mg/l θα έχουν χρησιμοποιηθεί. Ως αποτέλεσμα η υπολειμματική απαίτηση σε οξυγόνο θα είναι σύμφωνα με την εξίσωση:

$$L_t = L_0 - \text{BOD}_5 = 545 - 360 \text{ mg/l} \Rightarrow L_t = 185 \text{ mg/l}$$

### Άσκηση 4

Τα εισερχόμενα λύματα μονάδας επεξεργασίας αστικών αποβλήτων έχουν BOD<sub>5</sub> ίσο με 200 mg/l, ενώ κατά την επεξεργασία τους επιτυγχάνεται μείωση του οργανικού φορτίου κατά 90%. Πρόκειται να πραγματοποιηθεί τεστ BOD<sub>5</sub> στα επεξεργασμένα λύματα. Θεωρώντας ότι η αρχική συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου είναι 9.2 mg/l, να υπολογιστεί: Α) ποιος ο μέγιστος όγκος των επεξεργασμένων λυμάτων που θα πρέπει να προστεθεί στη φιάλη BOD, ώστε η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στο τέλος του τεστ να μην είναι μικρότερη των 2 mg/l (όγκος φιάλης BOD, 300 ml). Β) Αν κατά την έναρξη του τεστ, ο μισός όγκος της φιάλης BOD πληρωθεί με επεξεργασμένα λύματα και ο υπόλοιπος με νερό, να υπολογιστεί η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου που αναμένεται μετά από 5 ημέρες.

#### Λύση:

Εφόσον έχω 90 % απομάκρυνση, το BOD<sub>5</sub> στην εκροή θα είναι 200 x 0.1 = 20 mg/l

Η συγκέντρωση του BOD<sub>5</sub> στη φιάλη υπολογίζεται με την βοήθεια της εξίσωσης:

$$\text{BOD}_5 = \text{DO}_{(t=0)} - \text{DO}_{(t=5)} = 9.2 - 2 = 7.2 \text{ mg/l}$$

(α) Από το νόμο της αραιώσης βρίσκω τον όγκο των επεξεργασμένων λυμάτων:

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow 20 \text{ mg/l} \times V_1 = 7.2 \text{ mg/l} \times 300 \text{ ml} \Rightarrow V_1 = 108 \text{ ml}$$

(β) Ο μισός όγκος της φιάλης BOD πληρωθεί με επεξεργασμένα λύματα και ο υπόλοιπος με νερό, αυτό σημαίνει ότι  $V_{\text{δείγματος}} = 150 \text{ ml}$ .

Χρησιμοποιώντας ξανά τον νόμο της αραιώσης:

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow 20 \text{ mg/l} \times 150 \text{ ml} = C_2 \times 300 \text{ ml} \Rightarrow C_1 = 10 \text{ mg/l} > DO_{(t=0)}$$

Που σημαίνει ότι δεν φτάνει το οξυγόνο να αποδομήσει το οργανικό φορτίο των αποβλήτων, απαιτείται αραιώση.

### Άσκηση 5

Μονάδα επεξεργασίας υγρών αστικών αποβλήτων απορρίπτει επεξεργασμένα λύματα συγκέντρωσης  $50 \text{ mg/l}$  ως BOD και παροχής  $1,1 \text{ m}^3/\text{s}$  σε χειμάρρο. Η παροχή του χειμάρρου και η συγκέντρωση του BOD ανάντη του σημείου εκβολής είναι  $8,7 \text{ m}^3/\text{s}$  είναι  $6,0 \text{ mg/l}$ , αντίστοιχα. Θεωρώντας ότι πραγματοποιείται πλήρης και άμεση μίξη νερού και λυμάτων να υπολογιστεί η συγκέντρωση του BOD στο σημείο εκβολής. Αν η ταχύτητα του χειμάρρου είναι σταθερή και ίση με  $0,3 \text{ m/s}$  να υπολογιστεί το υπολειμματικό BOD σε μία απόσταση  $3000 \text{ m}$  από το σημείο εκβολής των λυμάτων. Να θεωρηθεί ότι η σταθερά αποξυγόνωσης,  $k$ , ισούται με  $0,2 \text{ ημέρες}^{-1}$ .

#### Λύση:

Το BOD στο σημείο εκβολής υπολογίζεται με τη βοήθεια του ισοζυγίου, εφόσον έχουμε σταθερό σύστημα χωρίς μετατροπές:

$$\begin{aligned} \text{Εισροές} &= \text{Εκροές} \\ C_1 Q_1 + C_2 Q_2 &= C_{\text{τελ}} Q_{\text{τελ}} \Rightarrow \\ (50 \text{ mg/l} \times 1,1 \text{ m}^3/\text{s}) + (6 \text{ mg/l} \times 8,7 \text{ m}^3/\text{s}) &= C_{\text{τελ}} \times 9,8 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow \\ C_{\text{τελ}} &= 10,9 \text{ mg/l} \end{aligned}$$

Δεδομένου ότι η ταχύτητα του χειμάρρου είναι  $0,3 \text{ m/s}$ , η απόσταση των  $3000 \text{ m}$  θα καλυφθεί σε χρόνο ίσο με:

$$t = \frac{x}{u} = \frac{3000 \text{ m}}{0,3 \text{ m/s}} = 10000 \text{ s} = 0,116 \text{ d}$$

Από την εξίσωση για το υπολειμματικό BOD:

$$L_t = L_0 e^{-kt} \Rightarrow L_t = 10,9 \text{ mg/l} \times e^{-(0,2/\text{d} \times 0,116 \text{ d})} \Rightarrow L_t = 10,65 \text{ mg/l BOD}$$

## 6. Διαχείριση Υδατικών Πόρων II

### Άσκηση 1

Αστικά λύματα περιέχουν συγκέντρωση 30 mg/l αζώτου ως NH<sub>3</sub>. Θεωρώντας ότι δεν χρησιμοποιείται άζωτο για την κυτταρική σύνθεση, να βρεθεί η νιτρογενής απαίτηση σε οξυγόνο, NBOD. Δίνονται τα ατομικά βάρη του αζώτου (AB:14), του υδρογόνου (AB:1) και του οξυγόνου (AB:16).

#### Λύση:

Συνδυάζοντας τις χημικές αντιδράσεις που περιγράφουν την νιτροποίηση προκύπτει η παρακάτω αντίδραση:



Όπου 1 mol NH<sub>3</sub> (Mr = 14 + 3 = 17 g/mol) απαιτεί 2 mol O<sub>2</sub> (Mr = 32 g/mol).

Άρα χρησιμοποιώντας το τύπο  $n=m/\text{Mr}$  βρίσκω τις μάζες:

Τα 17 g NH<sub>3</sub> όπου περιέχουν 14 g N απαιτούν 64 g O<sub>2</sub>

Τα 30 mg/L N πόσο οξυγόνο απαιτούν;

$$\text{NBOD} = (64 \text{ g} \times 30 \text{ mg/L}) / 14 \text{ g} = 137 \text{ mg/L O}_2$$

### Άσκηση 2

Τα επεξεργασμένα λύματα μιας μονάδας επεξεργασίας αστικών λυμάτων εκβάλλουν σε ένα ποτάμι Το ολικό τελικό BOD του ποταμού αμέσως μετά την ανάμιξη των λυμάτων είναι 10 mg/L και το διαλυμένο οξυγόνο 7 mg/L Να υπολογιστεί το διαλυμένο οξυγόνο στο ποτάμι μετά από 1 ημέρα, ο χρόνος στον οποίο θα παρατηρηθεί η ελάχιστη συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου και η ελάχιστη τιμή διαλυμένου οξυγόνου στο ποτάμι. Δίνονται  $k_d=0.1 \text{ d}^{-1}$ ,  $k_r=0.3 \text{ d}^{-1}$ , διαλυμένο οξυγόνο κορεσμού  $\text{DO}_s = 9 \text{ mg/L}$ .

#### Λύση:

Το έλλειμμα του διαλυμένου οξυγόνου μετά από 1 ημέρα υπολογίζεται από την εξίσωση Streeter-Phelps:

$$D = \frac{(k_d \times L_0) \times (e^{-k_d \times t} - e^{-k_r \times t})}{(k_r - k_d)} + D_0 e^{-k_r \times t}$$

Όπου,  $L_0 = 10 \text{ mg/l}$

$$D_0 = \text{DO}_s - \text{DO} = 9 - 7 = 2 \text{ mg/l}$$

$$t = 1 \text{ d}$$

$$k_d = 0.1 \text{ d}^{-1} \text{ και } k_r = 0.3 \text{ d}^{-1}$$

Επομένως, αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση,  $D = 2.30 \text{ mg/l}$ .

Άρα η τιμή του διαλυμένου οξυγόνου (DO) μετά από 1 ημέρα θα είναι:

$$DO = DO_s - D = 9 - 2.3 = 6.7 \text{ mg/l}$$

Ο χρόνος που θα παρατηρηθεί η ελάχιστη συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου, είναι ο χρόνος στο κρίσιμο σημείο, υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$t_c = \frac{1}{k_r - k_d} \ln \left\{ \frac{k_r}{k_d} \left[ 1 - \frac{D_0(k_r - k_d)}{k_d L_0} \right] \right\}$$

Αντικαθιστώντας, υπολογίζω  $t_c = 2.94 \text{ d}$ .

Για να βρω το μέγιστο έλλειμμα χρησιμοποιώ ξανά τον πρώτο τύπο, όπου  $t = t_c = 2.94 \text{ d}$ . Άρα,  $D_c = 2.48 \text{ mg/l}$ .

Επομένως, η ελάχιστη τιμή διαλυμένου οξυγόνου θα είναι:

$$DO = DO_s - D_c = 9 - 2.48 = 6.52 \text{ mg/l}$$